

Paulina Hutek, Mirosława Sajka

Zdalne nauczanie i uczenie się matematyki w szkole średniej podczas pierwszej fali pandemii Covid-19 z perspektywy wybranych nauczycieli i uczniów*

Abstract. The article presents a view of the beginnings of distance learning in Poland (March – June 2020) in the context of teaching mathematics at the secondary level, from the perspective of selected students and teachers. The empirical research on which this article is based was conducted as part of the research related to the performance of a master's thesis¹. This research was carried out in two stages. The first presents a view of remote mathematics teaching as perceived by selected teachers and their students obtained from two summative questionnaires. The second one makes a qualitative analysis of teaching polynomials from the perspective of three pairs of participants in this part of the research: the teacher and her student.

The article shows various issues concerning remote teaching, analyzes the effectiveness of the forms and methods of this work, signals selected shortcomings and defects both in the work of teachers and students and selected causes of difficulties in the implementation of remote teaching, as well as shows its positive aspects.

Wprowadzenie i cel artykułu

W związku z wybuchem pandemii COVID-19 w marcu 2020 roku kształcenie w polskich szkołach zostało poddane nagłej próbie, gdyż po raz pierwszy w hi-

¹Master's thesis: *Remote teaching and learning of mathematics among high school students in light of own empirical research*, Master's student: Paulina Hutek, supervisor: dr Mirosława Sajka, won third place in the *Anna Zofia Krygowska PTM Competition for best student paper on didactics of mathematics* – Edition 2020.

*2010 Mathematics Subject Classification: Primary: 97B10; Secondary: 97U50

Keywords and phrases: *Mathematical education, remote teaching, pandemic lessons, secondary school*

storii szkolnictwa polskiego zostało wprowadzone zdalne nauczanie i to od razu w skali globalnej. Wymagało to od wszystkich podmiotów związanych z systemem szkolnictwa dużego wysiłku, współpracy i szybkiego zreorganizowania. Wszyscy nauczyciele w Polsce musieli z dnia na dzień spróbować sprostać na bieżąco zdalnemu nauczaniu, bez uprzedzenia i bez wcześniejszego przygotowania.

Badania prezentowane w tym artykule nie mają na celu przedstawienia ogólnych diagnoz ani wniosków na temat tego trudnego okresu. Przedstawiają jedynie obraz początków nauczania zdalnego w Polsce w kontekście nauczania matematyki na poziomie szkoły średniej, z perspektywy wybranych uczniów i nauczycieli. Artykuł organizowany jest wokół dwóch głównych grup celów, o sumarycznym (część A) i bardziej szczegółowym charakterze (część B).

Pierwszym celem badań jest udzielenie wstępnej odpowiedzi na następujące pytania o charakterze sumarycznym:

- A1. Jak przebiegało zdalne nauczanie matematyki na poziomie szkoły średniej z punktu widzenia wybranych nauczycieli w początkowym etapie wprowadzenia zajęć zdalnych w Polsce?
- A2. Jak przebiegało zdalne uczenie się matematyki przez wybranych uczniów szkół średnich w początkowym etapie wprowadzenia zajęć zdalnych w Polsce?
- A3. Jaki wstępny obraz procesu nauczania-uczenia się zostaje ukazany w zestawieniu tych dwóch perspektyw?

Następnie przyjrzymy się bardziej szczegółowo procesowi zdalnego nauczania-uczenia się matematyki z perspektywy wybranych tematów dotyczących wielomianów. Będziemy dociekać, w jaki sposób u wybranych nauczycieli i uczniów realizowany był proces nauczania-uczenia się tych zagadnień, gdyż kolejnym celem badań było udzielenie odpowiedzi na następujące pytania:

- B1. Jak przebiegało zdalne nauczanie w wybranych klasach drugich technikum z zakresu wielomianów?
- B2. Jaki obraz nauczania zdalnego matematyki mieli wybrani nauczyciele, a jaki ich uczniowie w kontekście zagadnień dotyczących wielomianów?
- B3. Jakie wstępne wnioski można wysnuć na temat opisanego zdalnego nauczania wielomianów? Jakie wnioski można wysnuć zestawiając wyniki nauczania tradycyjnego i zdalnego z zakresu wielomianów?

CZĘŚĆ A

Metodologia części A

Narzędziami badawczymi, na podstawie których zaplanowano udzielenie odpowiedzi na pytania A1, A2 i A3 były dwie ankiety, pierwsza pt. „Zdalne nauczanie

matematyki uczniów szkół średnich” adresowana była do chętnych nauczycieli matematyki, a druga: „Zdalne uczenie się matematyki wśród uczniów szkół średnich” adresowana była do uczniów tych nauczycieli.

W badaniach ankietowych wzięło udział trzynastu nauczycieli matematyki oraz czterdziestu uczniów szkół średnich z dwóch województw: małopolskiego i podkarpackiego. Każdy z tych uczniów był podopiecznym któregoś z ankietowanych nauczycieli. Badania zostały przeprowadzone na początku czerwca 2020 roku w formie anonimowych ankiet on-line, do których link nauczyciele otrzymywali poprzez wiadomość e-mail, a uczniowie przez dziennik elektroniczny od swoich nauczycieli, którzy zdecydowali się wziąć udział w badaniu. Nauczyciele nie mieli wglądu w odpowiedzi uczniów.

Ankiety były zróżnicowane ze względu na typy pytań (zamknięte, otwarte, wartościujące w skali itp.). Niektóre pytania były warunkowe, czyli różne pytania podrzędne pojawiały się w zależności od odpowiedzi ankietowanego na pytanie nadrzędne. Przykładowo, jeśli ankietowany odpowiedział twierdząco na pytanie *Czy prowadzi Pan(i) lekcje w formie interaktywnej?*, to otrzymywał następane pytania precyzujące tę odpowiedź:

- *W jakiej formie prowadzi Pan(i) lekcje interaktywne?*
- *Czy realizuje Pan(i) w klasach zdalne lekcje matematyki w formie interaktywnej wideokonferencji w tym samym wymiarze godzin, który obowiązywałby podczas nauczania w szkole?*
- *Czy uczniowie chętnie biorą udział w lekcjach on-line?*
- *W jaki sposób zapisuje Pan(i) wzory i rozwiązania zadań oraz sporządza rysunki podczas tych lekcji on-line?*

Natomiast, jeśli odpowiedział, że nie prowadzi lekcji w formie interaktywnej, to otrzymywał tylko jedno pytanie: *Z jakiego powodu nie prowadzi Pan(i) zdalnych lekcji w formie interaktywnej?*

Każda z ankiet składała się z około 30 pytań. Ich dokładna liczba zależała od tego, jakich odpowiedzi udzielał ankietowany na pytania nadrzędne.

A1. Zdalne nauczanie matematyki w opinii nauczycieli

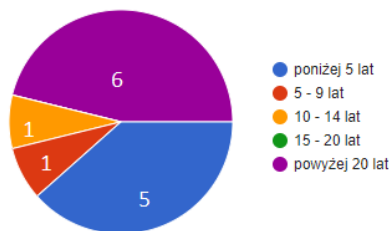
Informacje ogólne o badanych

Na początku ankiety skierowanej do nauczycieli, badani otrzymywali pytania ogólne dotyczące tego, w jakim typie szkoły średniej pracują (liceum – 7 osób, technikum – 6 osób, szkoła branżowa – 3 osoby) oraz w jak dużej miejscowości znajduje się ta szkoła (miejscowość do 50000 mieszkańców – 12 osób, powyżej – 1 osoba). Ankietowanymi byli głównie nauczyciele z ponad dwudziestoletnim stażem pracy w szkole średniej (6 osób) oraz z stażem mniej niż pięć lat (5 osób), odpowiedzi wszystkich nauczycieli przedstawia Rys.1².

² W artykule przyjęliśmy zasadę, że legenda przy wykresie pokazuje wszystkie możliwe odpowiedzi do danego pytania zamkniętego ankiety, nawet, jeśli nikt danej odpowiedzi nie wybrał – np. na wykresie z Rys. 1. widnieje w legendzie staż 15-20 lat, lecz nikt z badanych nauczycieli nie miał takiego stażu.

Jaki jest Pani/Pana staż pracy w szkole średniej?

13 odpowiedzi



Rysunek 1: Staż pracy badanych nauczycieli

Pięcioro badanych rozpoczęło zdalne nauczanie matematyki od dn. 16.03.2020 oraz również pięcioro – od dn. 25.03.2020, trzech nauczycieli wprowadziło zdalne nauczanie matematyki 3–4 dni przed 16-tym marca, czyli pierwszym oficjalnym dniem nauki zdalnej w szkołach średnich.

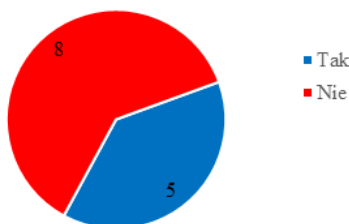
Z odpowiedzi nauczycieli wynika, że musieli oni we własnym zakresie dowiedzieć się, jak uczyć zdalnie i jakie są możliwości takiej formy nauczania, gdyż niestety w większości nie dostali instytucjonalnego wsparcia w miesiącach marzec-czerwiec 2020. Tylko jedna osoba (o stażu poniżej 5 lat pracy) uczestniczyła w zorganizowanym kursie – szkoleniu związanym z zaistniałą sytuacją.

Forma prowadzenia lekcji

Tylko jedna osoba przyznała, że nie realizuje w pełni podstawy programowej z matematyki z powodu nauki zdalnej, pozostali nauczyciele nie zgłosili w tym zakresie trudności.

Jednym z najbardziej istotnych pytań z punktu widzenia jakości prowadzonych lekcji, było to, czy nauczyciele prowadzili lekcje matematyki w formie interaktywnej³.

Czy prowadzi Pan(i) lekcje w formie interaktywnej?



Rysunek 2: Odpowiedzi nauczycieli na pytanie o realizację lekcji w formie interaktywnej

³ Przez formę interaktywną lekcji zdalnych rozumiemy formę, w której uczeń jest aktywny podczas zajęć synchronicznych lub wykonuje interaktywne ćwiczenia. Przykładowe formy interaktywne lekcji wymienione zostały w Tabeli 1.

Zestawienie odpowiedzi na to pytanie (Rys. 2) pokazuje, że większość (8 na 13) nauczycieli jednak nie prowadziła lekcji w takiej formie. Najczęstszym tego powodem podawanym w ankiecie był brak odpowiedniego sprzętu ze strony uczniów jak i nauczycieli, a także, co interesujące, brak chęci i zainteresowania uczniów interaktywnymi lekcjami matematyki (np. *Brak zainteresowanych uczniów, mimo propozycji lekcji przez Skype*).

Niektórzy ankietowani nauczyciele zaznaczyli również, że nie czuli potrzeby organizowania lekcji w formie interaktywnej (4 na 8 osób, np.: *Nie widzę takiej potrzeby, wystarczają mi inne narzędzia*), podkreślając przy tym, że szkoła nie narzuciła obowiązku prowadzenia lekcji on-line w trybie synchronicznym, jeszcze inny argument dotyczył warunków technicznych, braku odpowiedniego oprogramowania lub sprzętu (4 na 8 osób, np.: *Brak odpowiedniego sprzętu, słaby Internet*), a jedna osoba uzasadniła nieprowadzenie lekcji interaktywnych brakiem czasu.

Tabela 1. Praktykowane formy lekcji interaktywnych wg ankiety nauczycieli i ich subiektywna ocena częstotliwości

W JAKIEJ FORMIE PROWADZI PAN(I) INTERAKTYWNE LEKCJE?	N1	N2	N3	N4	N5
Prowadzę lekcje w formie wideokonferencji, na której ja wyjaśniam treści teoretyczne i pokazuję przykładowe rozwiązania zadań, a uczniowie słuchają, mogą zadawać pytania	Z	N	CZ	Z	N
Prowadzę lekcje w formie interaktywnej wideokonferencji z czynnym udziałem uczniów, którzy rozwiązują wybrane zadania (np. piszą na udostępnionej wspólnej tablicy lub prezentują swoje rozwiązania do wspólnej dyskusji)	CZ	N	CZ	CZ	Z
Prowadzę lekcje w formie interaktywnej wideokonferencji z czynnym udziałem uczniów, którzy głównie odpowiadają na kontrolne pytania	Z	N	CZ	CZ	Z
Prowadzę lekcje w formie interaktywnej wideokonferencji pokazując uczniom filmy, aplety, strony internetowe na dany temat a uczniowie słuchają, mogą zadawać pytania	N	N	Z	CZ	N
Zamieszczam interaktywne ćwiczenia	N	Z	Z	N	CZ

N – nigdy, CZ – czasami, Z – zazwyczaj

Zauważmy, że zazwyczaj zajęcia matematyki w formie interaktywnej były prowadzone różnorodnymi metodami (4 na 5 osób). Większość badanych zadeklarowała, że prowadzili lekcje w formie interaktywnej wideokonferencji z czynnym udziałem uczniów, którzy rozwiązywali wybrane zadania (np. pisali na udostępnionej wspólnie tablicy lub prezentowali swoje rozwiązania do wspólnej dyskusji) lub odpowiadali na kontrolne pytania. Tylko jeden nauczyciel organizował zdalne lekcje matematyki wyłącznie poprzez przysyłanie uczniom interaktywnych ćwiczeń.

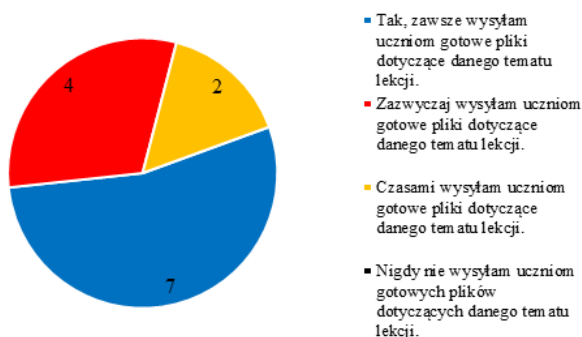
Zaledwie dwóch nauczycieli prowadziło interaktywne lekcje matematyki w takim samym lub większym wymiarze godzin tygodniowo, niż to wynika z harmonogramów, natomiast pozostali prowadzili je w mniejszym wymiarze.

Nauczyciele wypowiedzieli się również, w jaki sposób zapisują wzory i rozwiązywania zadań oraz sporządzają rysunki podczas lekcji on-line. Najczęściej ankietowani nauczyciele matematyki sporządzali wszystkie notatki na kartce i pokazywali je uczniom (3 na 5) lub korzystali z dostępnych aplikacji np. w programie *Microsoft*

Office. Dwóch nauczycieli korzystało z tablic on-line znajdujących się na stronach internetowych *idroo.com*⁴, *clickmeeting.com*⁵ lub *graspablemath.com*⁶. Pozostałe odpowiedzi wskazywały na używanie tabletu graficznego (1 osoba), korzystanie z programów matematycznych np. *GeoGebra*⁷ (1 osoba) lub posiadanie własnej tablicy, na którą skierowana była kamera podczas zajęć w formie wideokonferencji (1 osoba).

Kolejne pytanie dotyczyło tego, czy badany wysyła uczniom gotowe pliki dotyczące danego tematu lekcji (Rys. 3). Wszyscy badani zaznaczyli, że wysyłają uczniom gotowe pliki dotyczące danego tematu lekcji.

Czy wysyła Pan(i) uczniom gotowe pliki dotyczące danego tematu lekcji?



Rysunek 3: Wysyłanie uczniom plików na temat lekcji wg ankiety nauczycieli

Dlatego pytanie podrzędne dotyczyło formy i rodzaju tych plików. Kolejny wykres (Rys. 4) przedstawia wszystkie odpowiedzi.

Na podstawie analizy wykresu przedstawionego na Rysunku 4 można stwierdzić, że sposób prowadzenia lekcji matematyki był zróżnicowany i powinien zachęcać uczniów do czynnego udziału w zajęciach.

Warto zaznaczyć, że większość nauczycieli (12 na 13) polecała uczniom oglądanie konkretnych filmów, apletów lub stron internetowych w ramach zdalnego nauczania matematyki. Nauczyciele zostali poproszeni w ankiecie o wypisanie polecanych zasobów. Dzięki temu powstała skromna baza stron dotyczących realizacji przeróżnych tematów z matematyki w formie zdalnej. Jeden z ankietowanych napisał:

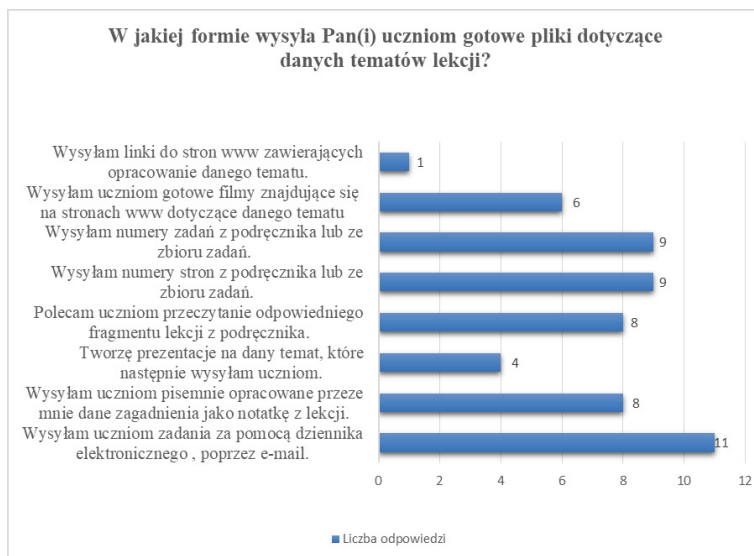
Korzystam z różnych dostępnych stron, gdyż nie wszystkie tematy są opracowane tak jakbym chciała przestać uczniom. Najbardziej lubię korzystać z strony e-lernado.pl technikum-liceum lub platformy e-podręczniki. Staram się urozmaicać pracę, więc w każdym dziale przerabianym podczas kwarantanny znajdują się przesłane materiały z podanych stron.

⁴ <https://idroo.com/>

⁵ <https://clickmeeting.com/pl>

⁶ <https://graspablemath.com/>

⁷ <https://www.geogebra.org/?lang=pl>



Rysunek 4: Forma wysyłanych plików uczniom wg ankiety nauczycieli

Wymienione przez tego nauczyciela strony były dość często polecane przez pozostałych (*e-lernado.pl*⁸ – 7 osób, *epodreczniki.pl*⁹ – 6 osób). Prócz tego głównie były wymieniane linki do filmów z popularnej strony *YouTube*¹⁰ (9 osób), a także zagadnienia matematyczne znajdujące się na stronie *matemaks.pl*¹¹ (5 osób). Inne polecane strony to: *matematyka.pisz.pl*¹², *matmana6.pl*¹³, *pistacja.tv*¹⁴, *matfiz24.pl*¹⁵, *licz24.pl*¹⁶, *medianauka.pl*¹⁷, a także lekcje z TVP. Wymienione strony były według nauczycieli pomocne podczas realizacji wielu różnych tematów w klasach liceum/technikum, np. tematyka dotycząca brył obrotowych z wykorzystaniem strony *epodreczniki.pl*; zagadnienia z funkcji (m.in. funkcja homograficzna, funkcje trygonometryczne) oraz wielomianów (dzielenie wielomianów, równania wielomianowe) przy użyciu *matemaks.pl*, *matematyka.pisz.pl*, a także kanałów na *YouTube* (np. wspomniany kanał *Lernado*, kanał *Matematyka Na Plus*¹⁸). W odpowiedzi do ankiety pojawiły się dodatkowo polecane przez nauczycieli źródła (zob. Literatura – zasoby internetowe [19–49]).

⁸ <https://e-lernado.pl/>

⁹ <https://epodreczniki.pl/>

¹⁰ <https://www.youtube.com/>

¹¹ <https://www.matemaks.pl/>

¹² <https://matematykaskzolna.pl/>

¹³ <https://www.matmana6.pl/>

¹⁴ <https://www.pistacja.tv/>

¹⁵ <https://matfiz24.pl/>

¹⁶ <http://licz24.pl/>

¹⁷ <https://www.medianauka.pl/>

¹⁸ https://www.youtube.com/channel/UCsGOOTLkmmcxgiKQ66_yYag

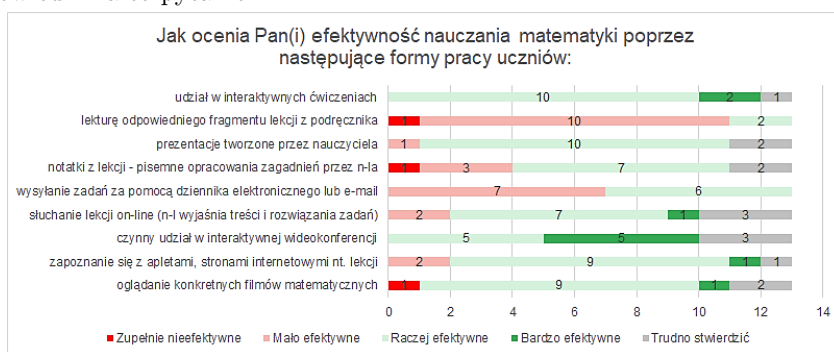
Jedno z pytań dotyczyło tego, czy ankietowany używa matematycznych programów komputerowych do prowadzenia lub tworzenia zdalnych lekcji matematyki. Dziesięciu nauczycieli udzieliło negatywnej odpowiedzi na to pytanie. Trzy osoby, które odpowiedziały twierdząco na to pytanie podały, że używały programu *GeoGebra*, a dodatkowo jedna z nich korzystała z *Wolframalpha*¹⁹.

Powodem niekorzystania z programów komputerowych było głównie to, że ankietowani nauczyciele nie znali takich aplikacji lub nie potrafili się nimi posługiwać (4 osoby, wypowiedzi np.: *Nie potrafię ich obsługiwać; nie znam takich aplikacji; bo sama z nich nie korzystam i nie znam ich*). Dwie osoby przyznały się do ogólnych trudności w obsłudze informatycznej, w wypowiedziach np.:

- *Za mało znam się na technikach informatycznych;*
- *Nie wiem do końca o jakie aplikacje jest pytanie.*
- *Niestety czym bardziej proste są moje rozwiązania tym bardziej mój komputer daje radę oraz nie zwiesza się system.*

Dwie osoby tłumaczyły ten fakt brakiem czasu, a trzy odpowiedzi były jednostkowe, pierwsza wskazująca na niewystarczające źródła: *Nie znalazłam żadnej, która pasuje do realizowanych tematów*, druga: *Nie jest mi to potrzebne* i ostatnia odpowiedź: *Używam Testportal.pl²⁰, to nie jest aplikacja matematyczna*.

Dodatkowych informacji dostarcza kolejne pytanie, w którym wszyscy ankietowani zostali poproszeni o ocenę skuteczności nauczania matematyki w poszczególnych formach zdalnej pracy z uczniem. Pytanie polegało na ocenie efektywności 9-ciu podanych form pracy z uczniem (od: zupełnie nieefektywne – do: bardzo efektywne, z dodaną opcją „Trudno stwierdzić”). Rysunek 5 przedstawia zestawienie odpowiedzi na to pytanie.



Rysunek 5: Ocena efektywności różnych form pracy zdalnej w opinii nauczycieli

Według ankietowanych nauczycieli najlepsze efekty w kształceniu uczniów przynosiły interaktywne ćwiczenia (brak było pejoratywnych wypowiedzi, 12 osób uznało je jako bardzo lub raczej efektywne) oraz czynny udział uczniów w wideo konferencjach, gdzie również brak było negatywnych określeń (w sumie 10 osób

¹⁹ <https://www.wolframalpha.com/>

²⁰ <https://www.testportal.pl/>

uznało to za bardzo i raczej efektywne, a 3 – trudne do stwierdzenia). Pozostałe formy już posiadały pejoratywne oceny, np. oglądanie konkretnych filmów matematycznych (stosunek liczby negatywnych ocen do liczby ocen pozytywnych i do liczby odpowiedzi neutralnych wynosi 1:10:2), podobnie ocena skuteczności prezentacji tworzonych przez nauczyciela i wysłanych uczniom (1:10:2), zapoznanie się uczniów z apletami i stronami internetowymi na temat lekcji otrzymało słabszą ocenę (2:9:2), słuchanie lekcji on-line, na której nauczyciel prezentuje i wyjaśnia treści teoretyczne i rozwiązuje przykładowe zadania (2:8:3).

Najniższą skuteczność wg opinii nauczycieli uzyskiwała lektura odpowiedniego fragmentu lekcji z podręcznika (mało efektywne – 10 osób, zupełnie nieefektywne – 3 osoby), drugą z kolei negatywną ocenę uzyskiwało wysyłanie zadań za pomocą dziennika elektronicznego lub poprzez e-mail (mało efektywne – 7 osób), przesyłanie notatek z lekcji uznano za nieefektywne lub słabo efektywne 4 osoby (4:7:2).

Niektórzy badani (5 na 13 osób) swoją ocenę wspierali własnym doświadczeniem, prowadząc interaktywne lekcje matematyki. Dwoma formami, które praktycy tych metod uznali jednogłośnie za efektywne było wykorzystanie prezentacji tworzonych przez nauczyciela oraz udział w interaktywnych ćwiczeniach, a najmniej efektywną formą wg nich – lektura odpowiedniego fragmentu lekcji z podręcznika. Natomiast nauczyciele, którzy nie prowadzili interaktywnych lekcji w żadnej z tych form (8 na 13 badanych) wyrazili tylko swoją opinię na ten temat, na razie nieweryfikowaną w praktyce. Co ciekawe, aż 3 formy zostały jedynomyślnie uznane za skuteczne: oglądanie konkretnych filmów matematycznych, czynny udział w interaktywnej wideokonferencji oraz udział w interaktywnych ćwiczeniach.

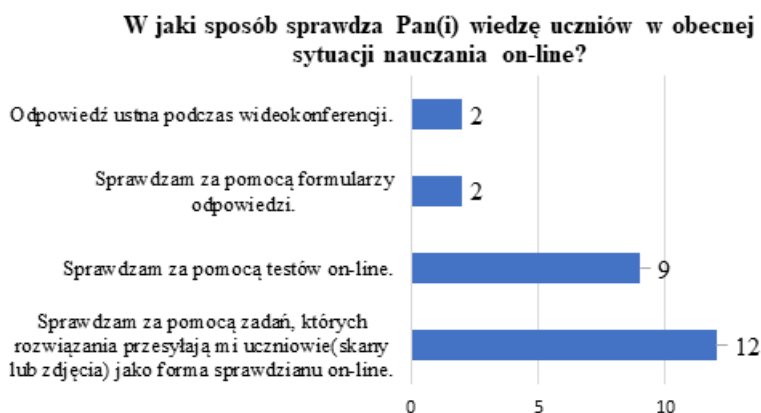
Warto wspomnieć, że nauczyciele, którzy nie stosowali tych metod w praktyce powstrzymywali się od skrajnie negatywnych ocen, natomiast pojawiały się wśród nich oceny skrajnie pozytywne.

Natomiast jedna osoba z tej grupy użyła skrajnie negatywnej oceny skuteczności lektury odpowiedniego fragmentu lekcji z podręcznika.

Kontrola wiedzy uczniów

Wszyscy nauczyciele starali się sprawdzać poziom rozumienia opanowanego materiału w formie zdalnej przez uczniów. Robili to w różnorodny sposób (Rysunek 6).

Niemal wszyscy ankietowani (12 na 13 osób) sprawdzali wiedzę uczniów za pomocą zadań, których rozwiązania przesyłali im uczniowie w postaci skanów lub zdjęć. Była to forma sprawdzianu on-line. Jednak uważali, że ten sposób jest średnio miarodajny, gdyż wiarygodność samodzielnego rozwiązywania zadań przez uczniów oceniali na około 50% – 60%. Trochę mniej popularną metodą (9 na 13 ankietowanych) były testy on-line. Do ich wykonania i przeprowadzenia nauczyciele korzystali z różnych stron internetowych zawierających programy pomocne w tworzeniu formularzy testów. Jedną z takich stron, której używały badane osoby był wspomniany powyżej *testportal.pl*. Miarodajność tego sposobu kontroli poziomu opanowania umiejętności matematycznych ucznia była szacowana na aż 90%. Inną, mało popularną formą sprawdzania wiedzy uczniów były także odpowiedzi ustne (2 na 13 ankietowanych). Przeprowadzały je głównie osoby, które prowadziły lekcje



Rysunek 6: Sposoby sprawdzania wiedzy uczniów wg ankiety nauczycieli

w formie wideokonferencji. Uważały one, że ten sposób kontroli opanowania materiału z matematyki przez ucznia jest jednym z najbardziej miarodajnych form sprawdzania podczas zdalnego nauczania. Jego skuteczność oceniali na ok. 80%. Każdy rodzaj sprawdzania poziomu opanowanego materiału z matematyki przez uczniów był podstawą do tego, aby ocenić ich efekty zdalnego uczenia się.

Zadania domowe

Podczas zdalnego nauczania matematyki uczniowie otrzymywali do rozwiązania zadania domowe. Większość nauczycieli (8 na 13 ankietowanych) wymagała od uczniów przesyłania tylko niektórych rozwiązań tych zadań, mniejszość (4 na 13) wymagała przesyłania wszystkich rozwiązań, a jeden nauczyciel przyznał, że w ogóle nie wymaga, aby uczniowie przesyłali mu rozwiązania tych zadań.

Liczba zadawanych zadań domowych była zróżnicowana. Dziewięć odpowiedzi oscylowało wokół 2–6 zadań z danej lekcji. Według odpowiedzi nauczycieli dokładna ich liczba jest zależna od poziomu trudności, typu zadania i tematu lekcji, np. „3–8 zależy od stopnia trudności zadanych zadań i ilości podpunktów oraz od ilości zadanego materiału do obejrzenia lub przeczytania”, w innej przykładowej odpowiedzi czytamy: „Zadaję uczniom zadania do wyboru oraz ich liczbę każdy z uczniów dostosowuje sobie do swoich możliwości”.

Większość ankietowanych (8 na 13 osób) zadawała uczniom zadania domowe z każdej lekcji.

Natomiast wszyscy z nich sprawdzali zadania domowe uczniom — niektórzy sprawdzali wszystkie zadania domowe (9/13) pozostali tylko wybrane (4/13), co zależało głównie od tego, czy dany typ zadania występuje na maturze oraz jak bardzo istotne jest rozumienie tematu, do którego odnosi się dane zadanie.

Ankietowani zaznaczali, że jeśli uczeń poprosił o sprawdzenie zadania domowego, to każda tak prośba była zrealizowana. Po przesłaniu rozwiązania zadania uczeń zwykle otrzymywał informację zwrotną w postaci sprawdzenia przez nauczyciela całego rozwiązania i przesłania go wraz z naniesionymi ewentualnymi

poprawkami. Ponadto, uczniowie za rozwiązania zadań otrzymywali oceny lub punkty (np. plusy z aktywności). Wszyscy nauczyciele twierdzili, że za każdym razem potwierdzali otrzymanie rozwiązania zadania. Forma informacji zwrotnej, którą otrzymywał uczeń po przesłaniu zadania najczęściej zależała od rodzaju zadania – czy to było zadanie zamknięte, czy otwarte oraz od poziomu trudności zadania. Zatem zarówno liczba zadawanych zadań domowych, jak i sposób sprawdzania ich rozwiązań i forma oceniania były wg nauczycieli zróżnicowane podczas zdalnego nauczania matematyki, uwzględniały indywidualne potrzeby ucznia i były zależne od wymagań nauczyciela.

Zdalne ocenianie pracy ucznia, zdaniem ankietowanych nauczycieli, nie jest w pełni miarodajne, gdyż nie mają pewności, że uczeń samodzielnie rozwiązuje zadania np. podczas testu, sprawdzianu on-line. Nauczyciele zaznaczali, że sprawdzenie wiedzy ucznia nabytej podczas zdalnych lekcji będzie możliwe dopiero po powrocie do szkolnych ławek.

Nauczyciele biorący udział w badaniach deklarowali, że zazwyczaj nie zadawali uczniom zagadnień do samodzielnego opracowania lub robili to bardzo rzadko (Rys. 7). Nauczyciele jednak najprawdopodobniej różnie interpretowali to pytanie, gdyż na przykład odpowiedzi negatywnej: „*Nie zadaję uczniom zagadnień do samodzielnego opracowania*” udzielił również nauczyciel NX (zob. część B), który wszystkie swoje lekcje prowadził wysyłając uczniom materiały do indywidualnej nauki, prawdopodobnie uznał te materiały jako „już opracowane”. Z kolei nauczyciel UY jako jedyny odpowiedział: „*Tak, często uczniowie muszą samodzielnie opracować pewien temat*”, a podczas pracy z klasą drugą tylko dwie jego lekcje polegały u niego na przesłaniu uczniom materiałów do samodzielnego opracowania, pozostałe były realizowane jako wideokonferencje.

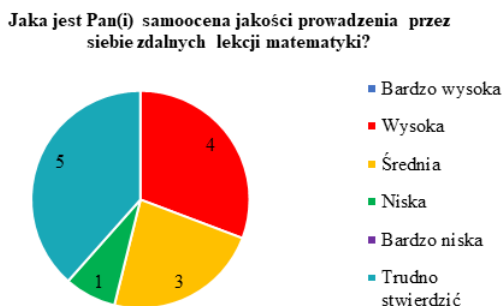


Rysunek 7: Odpowiedzi na pytanie o przesyłanie materiałów do samodzielnego opracowania przez uczniów wg ankiety nauczycieli

Większość ankietowanych nauczycieli zaznaczyła, że po powrocie do szkoły planuje powtórzyć przynajmniej część zagadnień, które w okresie marzec – czerwiec 2020 były realizowane w formie zdalnej. Zakres powtarzanego materiału będzie zależny od danej klasy i indywidualnych spostrzeżeń nauczyciela.

Samoocena nauczycieli

Na pytanie dotyczące samooceny jakości prowadzonych przez siebie zdalnych lekcji matematyki odpowiedzi były zróżnicowane (zob. Rys. 8). Ponad połowa nauczycieli uważała, że jakość prowadzonych przez nich lekcji była przynajmniej na średnim poziomie (wysoka – 4 osoby, średnia – 3 osoby). Nikt nie ocenił się w sposób skrajny, zarówno ocena bardzo wysoka, jak i bardzo niska nie była wybrana przez żadnego nauczyciela. Aż 5 osób zaznaczyło odpowiedź „Trudno stwierdzić”.



Rysunek 8: Samoocena nauczycieli

Nauczyciele, którzy ocenili swoją jakość prowadzenia zdalnego nauczania jako wysoką argumentowali ją tym, że uczniowie nie zgłaszają większych trudności z omawianymi treściami. Oto jedno z takich uzasadnień:

Wszystkie przesyłane przeze mnie materiały są klarownie i czytelnie przedstawione. Otrzymuję również informacje zwrotne od uczniów, że nie mają większych problemów ze zrozumieniem tematów. Jeśli ktoś ma jednak problem jest on natychmiast rozwiązywany.

Natomiast nauczyciele, którzy wskazali trochę niższą samoocenę uważali, że nie są w pełni usatysfakcjonowani formą prowadzonych przez siebie zajęć on-line oraz zauważali, że zdalne lekcje są mniej zrozumiałe dla słabszych uczniów. Nikt nie ocenił jakości prowadzenia swojego zdalnego nauczania bardzo nisko.

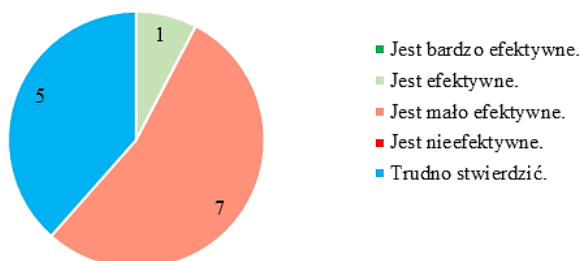
Nauczyciele, którzy zaznaczali odpowiedź „Trudno stwierdzić” uzasadniali to między innymi w następujący sposób:

Większość uczniów odpisuje, że radzi sobie dobrze i bardzo im pomagają linki do stron internetowych z filmami szczególnie do gotowych lekcji oraz, że materiały, które wysyłam są jasne i wystarczające. Ale mam przekonanie, że część uczniów nie jest przygotowana na taką formę nauki i tematy niestety nie będą opanowane tak, jak należy.

Opólna opinia nauczycieli na temat zdalnego nauczania

Większość ankietowanych nauczycieli uważało, że zdalne nauczanie matematyki jest mało efektywne (7 osób) lub trudno stwierdzić, jaka jest jego efektywność (5 osób), a tylko jeden nauczyciel uznał, że jest efektywne (zob. rys. 9).

Jak bardzo według Pani/Pana zdalne nauczanie matematyki jest efektywne?



Rysunek 9: Efektywność zdalnego nauczania w opinii nauczycieli

Pojawiały się różne uzasadnienia tego mało optymistycznego obrazu zdalnego nauczania, na przykład:

- *Wszystko zależy teraz od ucznia. Jeśli będzie chciał się czegoś nauczyć, to poświęci na to swój czas w domu. Wielu uczniów przed rozpoczęciem nauki zdalnej nie spędzało czasu nad książkami w domu. Umieeli to, czego się nauczyli podczas zajęć z nauczycielem w szkole.*
- *Zdalne nauczanie matematyki jest mało efektywne, ponieważ ciężko jest przekazać uczniom wiedzę i wyjaśnienie danego zagadnienia przez "ekran". Szczególnie w matematyce jest to trudne, gdyż nie każdy potrafi pisać różne wzory komputerowo. Utrudnione jest również tłumaczenie uczniom danego tematu (np. w geometrii), do którego niezbędne są rysunki pomocnicze, szkice wykresów.*

Mimo wszystko, podczas zdalnego nauczania nauczyciele starali się zauważać zalety tej formy nauki, podając przykładowe argumenty:

- *Część uczniów kształci umiejętności samodzielnego uczenia się.*
- *Zwiększenie samodzielności uczniów; nauczenie ich, że są panami swojego czasu i muszą go umieć odpowiednio zagospodarować i rozłożyć w ciągu dnia.*
- *Nie trzeba upominać uczniów na lekcji, to od ucznia zależy ile chce wynieść z danej lekcji.*
- *Przygotowanie uczniów do samokształcenia, poprawienie stopnia posługiwania się technologią informatyczną. Pamiętajmy, że nauczanie zdalne zostało wprowadzone w związku z pandemią zatem jest to zajęcie czasu młodzieży a co za tym idzie podniesienie bezpieczeństwa. Wzbogacenie własnej bazy dydaktycznej. Spojrzenie na nauczanie matematyki z innej perspektywy.*

A2. Proces zdalnego nauczania-uczenia się matematyki w opinii uczniów

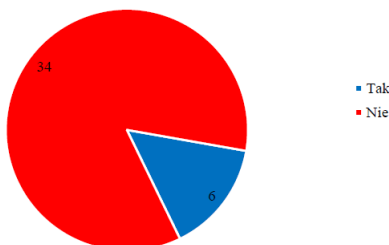
Informacje ogólne o badanych

Z ankiety na temat zdalnego nauczania-uczenia się matematyki w opinii uczniów szkół średnich wynika, że zdalne nauczanie matematyki dla większości uczniów zostało wdrożone po dniu 16 marca 2020r.

W większości uczniowie (34 na 40) zaznaczyli, że zdalne lekcje matematyki odbywały się tak często, jak odbywałyby się w szkole.

Zdecydowana większość uczniów (34) odpowiedziała, że zdalne lekcje matematyki **nie odbywały się w formie interaktywnej** (Rys. 10).

Czy w Twojej klasie zdalne lekcje matematyki odbywają się w formie interaktywnej?



Rysunek 10: Czy lekcje odbywają się w formie interaktywnej – odpowiedzi uczniów

Na dokładnie takie samo pytanie, jak w przypadku nauczycieli (zob. Tabela 1) w przeciwieństwie do tego, co zaznaczali nauczyciele, uczniowie odpowiedzieli, że właściwie nigdy nie były prowadzone u nich zajęcia w formie wideokonferencji. Interaktywne lekcje matematyki odbywały się z wykorzystaniem interaktywnych ćwiczeń u wszystkich sześciu osób (zawsze – 5 osób, zazwyczaj – 1 osoba).

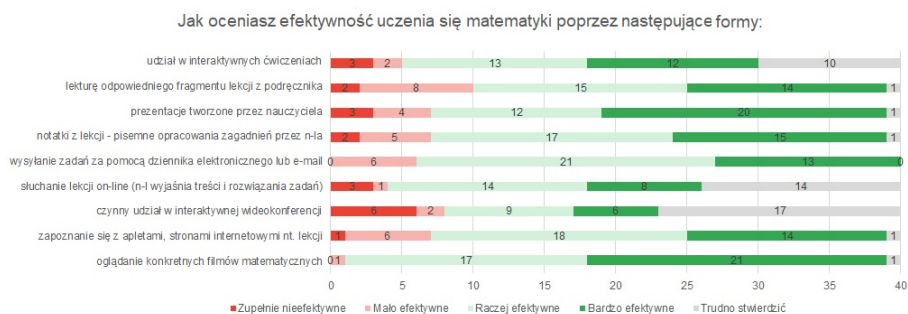
Uczniowie relacjonowali natomiast, że najczęściej (38 na 40) otrzymywali od nauczycieli numery zadań z podręcznika lub zbioru zadań, które musieli samodzielnie przeanalizować lub rozwiązać. Rzadziej (31 na 40) zadaniem uczniów była lektura odpowiedniego fragmentu lekcji z podręcznika. Zdarzało się, że nauczyciele wysyłali uczniom autorskie prezentacje lub notatki dotyczące danego zagadnienia matematyki. Komunikacja uczeń – nauczyciel odbywała się głównie poprzez dziennik elektroniczny lub e-mail.

Prawie wszyscy ankietowani (37) odpowiedzieli twierdząco na pytanie: *Czy nauczyciel poleca Ci oglądnięcie wskazanych filmów, apletów, stron internetowych w ramach zdalnego uczenia się matematyki?* Uczniowie otrzymywali od nauczycieli linki odsyłające np. na stronę *e-lernado.pl*²¹ (11) oraz *matemaks.pl*²² (10). Nie zabrakło też polecanych filmów matematycznych znajdujących się na stronie *YouTube*²³ (9).

²¹ <https://e-lernado.pl/>

²² <https://www.matemaks.pl/>

²³ <https://www.youtube.com/>



Rysunek 11: Ocena efektywności różnych form pracy zdalnej w opinii uczniów

Najbardziej efektywną formą zdalnego uczenia się w opinii uczniów (38 na 40) było oglądanie filmów matematycznych związanych z tematem lekcji (tylko jedna osoba uznała tę formę za mało efektywną, 38 – jako efektywną lub bardzo efektywną i jedna nie miała zdania: 1:38:1). Uczniowie w drugiej kolejności wskazali na efektywność uczenia się z wykorzystaniem notatek z lekcji zawierających opracowania zagadnień przez nauczyciela (7:32:1), a także poprzez lekturę prezentacji stworzonych przez nauczyciela (7:32:1) oraz korzystanie z matematycznych programów edukacyjnych i wskazanych zasobów internetowych dotyczących danego tematu lekcji (7:32:1).

Natomiast trudno było dla wielu uczniów stwierdzić, jaki wpływ na uczenie się matematyki ma czynny udział w interaktywnej videokonferencji oraz sluchanie lekcji on-line, na której nauczyciel wyjaśnia treści teoretyczne i pokazuje przykładowe rozwiązania zadań. Najprawdopodobniej było to spowodowane faktem, że tylko sześć spośród wszystkich ankietowanych zadeklarowało, że mieli lekcje matematyki w formie interaktywnej, ale zarazem wszystkie te osoby uznały, że nauczanie w takiej formie jest efektywne lub bardzo efektywne. Jest to bardzo ważna i pozytywna informacja zwrotna.

Kolejne pytanie odnosiło się do tego, czy uczniowie korzystają w czasie nauczania zdalnego z innych, dodatkowych pomocy naukowych, aby zrozumieć dane zagadnienie z matematyki. Większość ankietowanych (29 na 40 osób) odpowiedziała twierdząco, przy czym stwierdzenie „inne pomoce naukowe” oznaczało dla nich szukanie informacji na różnych stronach internetowych (24 na 29), a także oglądanie różnych filmów tłumaczących dany temat z matematyki (21 na 29). Niewielka liczba uczniów (5 na 40) uczęszczała na korepetycje z matematyki.

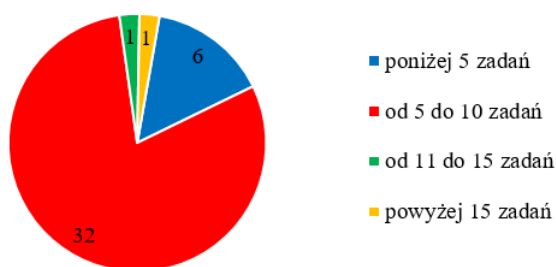
Uczniowie wyjaśnili, że korzystali z innych źródeł głównie dlatego, że nie rozumieli danych tematów lub nie wiedzieli, jak rozwiązać dane zadanie. Część uczniów tymi sposobami poszerzała swoją wiedzę zdobytą na zdalnych lekcjach matematyki, gdyż postrzegali matematykę jako ważny przedmiot. Jeszcze inni wyjaśniali, że „praktyka czyni mistrza, przez rozwiązywanie większej ilości zadań temat się utrwala”, „w celu utrwalenia wiadomości z lekcji”. Dlatego też, z pomocą różnych zbiorów zadań lub zasobów internetowych rozwiązywali więcej przykładów, niż zadał im ich prowadzący lekcje matematyki. Osoby, które korzystały z pomocy korepetytora tłumaczyły tę decyzję potrzebą kontroli poprawności własnych rozu-

mowań i obliczeń w zadaniach oraz tym, że potrzebują pomocy w przyswojeniu treści oraz dokładniejszym ich opracowaniu.

Natomiast 11 z 40 badanych uczniów nie korzystało z innych pomocy naukowych w pierwszym okresie zdalnej nauki matematyki, ponieważ uważali, że wiedza przekazana przez nauczyciela jest w zupełności wystarczająca do opanowania danego tematu lekcji.

Jedno z pytań zamieszczonych w ankiecie dla uczniów odnosiło się do zadań domowych. Okazało się, że każdy z ankietowanych, podczas zdalnego nauczania, otrzymywał zadania do samodzielnego rozwiązania od nauczyciela matematyki. Najczęściej było to średnio od 5 do 10 zadań z danego tematu (Rys. 12).

Ile średnio nauczyciel matematyki zadaje zadań do samodzielnego rozwiązania z danego tematu?



Rysunek 12: Obciążenie zadaniami domowymi w opinii uczniów

Jednak tylko 24 uczniów na 40 przesyłało zadania domowe nauczycielowi. Informacja zwrotna od nauczyciela była różna. Połowa uczniów otrzymywała oceny za przesłane rozwiązania zadań. Pozostali otrzymywali tylko informację zwrotną, że nauczyciel otrzymał ich rozwiązania (4 na 24), niewielu otrzymywało informację z poprawionymi błędami (4 na 24) lub za każde przesłane poprawne rozwiązanie zadania otrzymywali punkty z aktywności (np. plusy). Większość uczniów (19 na 24) odpowiedziała, że nie musi przysyłać wszystkich zadań nauczycielowi matematyki. To, które rozwiązania są dostarczane do nauczyciela zależało głównie od prowadzącego lekcje (13 na 19). Zazwyczaj uczniowie przysyłali tylko te zadania, które miały być oceniane (8 na 13 osób) lub były zadaniami podsumowującymi dany dział matematyki (5 na 13 osób). Niektórzy (4 na 19) wysyłali rozwiązania zadań prowadzącemu po to, aby pomógł im znaleźć błąd lub wytłumaczył jak dokończyć obliczenia. Natomiast wszyscy ankietowani, którzy zaznaczyli, że nie wysyłają nauczycielowi zadań (16 na 40 badanych) wyjaśniali to tym, że nie jest to wymagane, więc nie widzą takiej konieczności.

Niemal u wszystkich ankietowanych uczniów (38 na 40) nauczyciel matematyki sprawdzał poziom opanowanego przez nich materiału. Głównie odbywało się to za pomocą testów on-line (28 badanych) lub rozwiązań zadań, które następnie uczeń przysyłał jako forma sprawdzianu (22 badanych). Przeważająca większość uczniów (33 na 38) zaznaczyła, że tego typu testy, sprawdziany, kartkówki itp. rozwiązywała samodzielnie. To jest bardzo optymistyczny wynik anonimowej ankiety. Można jednak mieć pewną wątpliwość, że nie każdy mógł mieć odwagę wprost przyznać się do oszukiwania, pomimo anonimowości ankiety.

CZĘŚĆ B

Metodologia części B

W tym etapie badań empirycznych brało udział 3 nauczycieli oraz 3 uczniów, dobór uczestników badania był celowy.

Wybrani nauczyciele spełniali następujące kryteria:

- a) wszyscy uczestniczyli w badaniach części A ankiety i wyrazili zgodę na imienny udział w części B;
- b) wszyscy byli nauczycielami matematyki w tej samej szkole ponadgimnazjalnej;
- c) wszyscy uczyli według tego samego programu i korzystali z tego samego podręcznika do nauczania w klasie drugiej technikum;
- d) wszyscy w momencie wprowadzenia zdalnego nauczania realizowali rozdział „Wielomiany” w klasie drugiej technikum, poziom rozszerzony;
- e) wszyscy przeprowadzili sprawdzian w formie zdalnej z rozdziału „Wielomiany” w klasie drugiej.

Natomiast wybór uczniów został dokonany indywidualnie przez każdego z tych nauczycieli. Kryteria, jakie musiał spełniać dany uczeń to:

- a) był podopiecznym tego nauczyciela;
- b) był uczniem klasy drugiej technikum;
- c) brał udział w zdalnym nauczaniu dotyczącym wielomianów;
- d) uczestniczył w zdalnym sprawdzianie/teście z rozdziału „Wielomiany”;
- e) na ogół osiągał wyniki dobre lub dostateczne w nauce matematyki;
- f) wyraził chęć imiennego udziału w wywiadzie dotyczącym omówienia własnego sprawdzianu z wielomianów.

W badaniach empirycznych dotyczących wielomianów brały więc udział trzy pary: nauczyciel-uczeń, nauczyciele zostali zakodowani: NX, NY, NZ, a ich uczniowie odpowiednio: UX, UY, UZ.

Nauczyciele przystępujący do części B badania realizowali treści z zakresu wielomianów według podręcznika „Matematyka 2. Zakres rozszerzony. Podręcznik dla szkół ponadgimnazjalnych” (Babiański et al., 2016). Do każdego z tematów kolejnych lekcji realizowanych zdalnie nauczyciele otrzymali ankietę składającą się z zestawu następujących otwartych pytań:

1. Jakie materiały (np. scenariusze lekcji, aplety, filmy, strony internetowe, notatki wysłane uczniom) zostały wykorzystane do lekcji zdalnej dotyczącej tego tematu? Proszę o zamieszczenie pliku(ów).
2. Jak przebiegała lekcja? Jaki był sposób kontaktowania się z uczniami (np. rozmowy podczas wideokonferencji, za pomocą dziennika elektronicznego lub e-mail)?
3. Czy było jakieś zagadnienie z tego tematu, które sprawiło uczniom trudności? Czego nie rozumieli?
4. Ile czasu mieli uczniowie na zapoznanie się z tematem oraz na opanowanie zagadnień związanych z nim, aby przejść do następnego tematu?
5. Czy pojawiły się z Pani strony tzw. „pytania kontrolne” do uczniów sprawdzające stopień zrozumienia przez nich danego tematu?

oraz na koniec działu pytanie „Czy był przeprowadzony sprawdzian (kartkówka, praca pisemna) z wielomianów w formie zdalnej? Jeśli tak, to proszę opisać jego organizację i przebieg, a także wyniki uczniów i błędy jakie popełnili podczas rozwiązywania zadań.”

Ankieta ta była wysłana do nauczycieli matematyki poprzez e-mail na początku czerwca 2020 i odpowiedzi były odsyłane przez nauczycieli w tej samej formie.

Z uczniami przeprowadzane były rozmowy poprzez platformę *Microsoft Teams* – otwarte wywiady na temat zdalnego uczenia się treści dotyczących wielomianów, w których omówienie własnych sprawdzianów uczniów stanowiło główną tematykę rozmowy. Uczniowie wraz z eksperymentatorem analizowali wszystkie kolejne zadania ze sprawdzianu i własne rozwiązania, dzielili się swoimi wątpliwościami na ich temat. Interesowało nas między innymi, jakie uczniowie popełnili błędy na sprawdzianach, czy byli ich świadomi, czy można rozstrzygnąć, czy niektóre z nich mogły być skutkiem zdalnej formy nauczania wielomianów oraz czy można wysnuć jakiegokolwiek wnioski na temat porównania nauczania zdalnego i tradycyjnego.

Nauczyciel NX i jego uczeń UX – wyniki badania

Nauczyciel NX komunikował się z uczniami wyłącznie poprzez dziennik elektroniczny. Na początku każdego tygodnia nauczyciel wysyłał uczniom plan pracy zdalnej na najbliższy tydzień, który zawierał opracowane przez niego tematy z wielomianów (zazwyczaj dwa tematy na dany tydzień). Lekcje były opracowywane w oparciu o podręcznik (Babiański et al., 2016), ale każde opracowanie tematu z wielomianów zawierało również linki do stron internetowych oraz filmów, które mogły być pomocne w samodzielnej nauce ucznia. Uczeń otrzymywał ponadto numery zadań z podręcznika, które miał rozwiązać, aby zrozumieć i utrwalić dane zagadnienie. Niektóre rozwiązania tych zadań uczeń musiał wysłać nauczycielowi poprzez wiadomość e-mail w określonym terminie. NX sprawdzał wszystkie otrzymane rozwiązania i je oceniał, natomiast wskazywał uczniowi błędy tylko wtedy, gdy uczeń pisemnie go o to poprosił.

Uczniowie nie mieli narzuconych godzin uczenia się, mogli pracować w dogodnym dla siebie czasie i wymiarze. NX poprosił również uczniów, aby pod koniec każdego tygodnia wysyłali do niego informację zwrotną o tym, jak sobie poradzili z opracowanymi tematami. Wiadomość miała mieć przykładową treść typu: radzę sobie, niezbyt sobie radzę, mam problemy ze zrozumieniem tematów, wcale nie rozumiem itp. NX stwierdził, że ta forma komunikacji znacznie ułatwiała mu pracę i dzięki temu miał informację zwrotną dotyczącą skuteczności prowadzonego przez siebie zdalnego nauczania matematyki. Uczniowie nie zgłaszali mu problemów ze zrozumieniem poszczególnych tematów.

Nauczyciel NX po opracowaniu wszystkich tematów dotyczących wielomianów wysłał uczniom zakres treści i materiały związane z lekcją powtórzeniową (Babiański et al., 2016, str. 65–68, zestawy powtórzeniowe). Zaznaczył przy tym, że jest otwarty na wszelkie pytania oraz chętny do udzielenia porad i wyjaśnień odnośnie powtórzenia wiadomości z wielomianów. Zadaniem ucznia było powtórzenie wszystkich treści, które znajdowały się w jego zeszytce przedmiotowym oraz przesyłanych przez nauczyciela podczas zdalnego nauczania matematyki. Po powtórzeniu odbył się sprawdzian przeprowadzony zdalnie w formie testu, który uczniowie otrzymali za pomocą dziennika elektronicznego. Nauczyciel wysłał plik zawierający link do testu, informacje dotyczące postępowania w trakcie sprawdzianu oraz skalę oceniania. Uczniowie rozwiązywali sprawdzian na kartce, a następnie przesyłali zdjęcie nauczycielowi. Test był jednokrotnego wyboru, ale w każdym zadaniu mimo zaznaczenia odpowiedzi uczeń musiał zamieścić również uzasadnienie swojego wyboru. Odpowiedzi nie zawierające obliczeń lub uzasadnienia jej wyboru nie były punktowane. Sprawdzian zawierał 23 zadania i został utworzony przy użyciu kreatora testów *Wydawnictwa Nowa Era* dostępnego dla nauczycieli.

NX relacjonował, że oceny ze sprawdzianu były nieznacznie wyższe w porównaniu do sprawdzianów pisanych w szkole. Stwierdził, że zapewne było to spowodowane mniejszą samodzielnością pisania testu w domu, niż zazwyczaj odbywa się to podczas lekcji w szkole.

Uczeń UX nauczyciela NX na ogół osiągał wyniki dostateczne z matematyki. Podczas zdalnego nauczania jego oceny z tego przedmiotu nie uległy zmianie. Otrzymywał takie same oceny, jakie otrzymywał podczas nauki w szkolnej ławce.

Badania z udziałem ucznia UX wykazały, że tematy z rozdziału „Wielomiany”, które były opracowywane przed wybuchem pandemii w szkole są przez niego dobrze opanowane. Uczeń potrafił rozwiązać zadania dotyczące obliczania wartości wielomianu dla danego argumentu (zad. 1, 2), odejmowania i mnożenia wielomianów (zad. 3, 5), określania stopnia wielomianów (zad. 4), rozkładu wielomianu na czynniki (zad. 6, 7, 8) oraz rozwiązywania równań wielomianowych i wyznaczania ich pierwiastków (zad. 9, 10, 11). Na zaznaczenie błędnej odpowiedzi w niektórych takich zadaniach miały wpływ jedynie popełnione przez ucznia drobne błędy w obliczeniach, co ujawniła analiza tych rozwiązań podczas rozmowy.

Zadania od 12 do 23 dotyczyły zagadnień z wielomianów, które były omawiane podczas zdalnego nauczania matematyki. Uczeń potrafił rozpoznać dwumian, przez który dany wielomian nie jest podzielny (zad. 12). Okazało się jednak, że uczeń nie potrafił samodzielnie rozwiązać zadań 13, 14 na temat dzielenia wielomianów. W wywiadzie powiedział, że podczas testu otrzymał gotową odpowiedź

od kolegi z klasy. Oto fragment rozmowy z uczniem podczas rozwiązywania tego zadania w obecności eksperymentatora:

UAX₁: (zapisuje na kartce): $(x^3 + 2x^2 - 2x + 1) : (x + 3) = \dots$ „To mam tak dzielić po kolei?”

EXP₁: Po kolei, czyli jak chcesz wykonać dzielenie?

UAX₂: No x^3 podzielę przez x , $2x^2$ i $2x$ też przez x , a 1 tylko przez 3, bo tam nie ma żadnego „iksa”, a 1 nie dzieli się przez 3, więc 1 jest resztą z dzielenia.

EXP₂: Skąd znasz taki – nazwijmy to – „sposób” znalezienia reszty z dzielenia wielomianu przez dwumian?

UAX₃: Sam nie wiem. Nie umiem tego. Nigdy tego nie robiłem, bo nie rozumiałem tego. **To już były lekcje zdalne. Jakoś mi się nie chciało tego uczyć, bo to było na początku i myślałem, że zaraz wrócimy do szkoły i Pani jeszcze raz to powtórzy.**

EXP₃: To dlaczego przed sprawdzianem, o którym wiedziałeś, że będzie w formie zdalnej, nie poprosiłeś nauczyciela o wytłumaczenie dzielenia wielomianów?

UAX₄: Nie widziałem takiej potrzeby, wiedziałem, że jak czegoś nie będę wiedział to mi kolega podpowie, bo on lubi matematykę i wszystko umie.

EXP₄: A czy podczas testu też w ten sposób rozwiązałeś to zadanie tak, jak mi wcześniej opisałeś?

UAX₅: Tak, ale wyszedł mi inny wynik niż koledze i wziąłem od niego odpowiedź. Mi wyszło 1, a jemu 2. Czy odpowiedź B jest zła?

EXP₅: Tak, to jest błędny sposób dzielenia pisemnego wielomianów.

Uczeń był dociekliwy i chciał poznać algorytm dzielenia wielomianów, więc następny fragment rozmowy miał charakter dydaktyczny, w którym uczeń korzystając z analogii do pisemnego dzielenia liczb naturalnych odkrywał algorytm dzielenia wielomianów, ukierunkowany przez eksperymentatora. Następnie UX samodzielnie wykonał dzielenie z zad. 13, poprawnie stosując omówioną metodę, ale pojawiały się błędy dotyczące zmiany znaku podczas zapisywania kolejnych jednomianów jako iloczynów. UX zapominał niekiedy, że ma zmienić znak w całym otrzymanym iloczynie wielomianów (przy każdym jednomianie), a nie tylko przy jego pierwszym wyrazie. Podczas wywiadu rozwiązał samodzielnie również zadanie 14 z zakresu dzielenia wielomianów, błędy pojawiały się ponownie w znakach podczas odejmowania wielomianów, ale zwracał już na to coraz większą uwagę.

Uczeń wykazał się umiejętnością porównywania wielomianów (zad. 15) oraz znajomością i umiejętnością rozkładu wielomianu na czynniki i odczytywania pierwiastków (nie)parzystokrotnych (zad. 18, 19), umiejętność tę potwierdził w wywiadzie: „Tutaj każdy wielomian muszę sobie zapisać z wykorzystaniem $x+1$ i tam, gdzie mam $(x+1)^3$ to -1 jest pierwiastkiem trzykrotnym”. Potrafił również z zakresu wielomianu odczytać rozwiązanie nierówności wielomianowej (zad. 23).

Zadań 16, 17 i 22 nie potrafił w ogóle rozwiązać i nie miał żadnego pomysłu, jak rozpocząć pracę nad nimi. Zad. 16 dotyczyło wyznaczania współczynnika wielomianu, który jest podzielny przez dany dwumian z zastosowaniem twierdzenia Bézouta. Zad. 17 odnosiło się do twierdzenia o pierwiastkach wymiernych wielomianu o współczynnikach całkowitych, a zad. 22 dotyczyło umiejętności rozwiązywania nierówności wielomianowej i odpowiedzi na pytanie: *Ile jest liczb całkowitych spełniających nierówność wielomianową?* UX oznajmił, że pierwszy raz spotkał się z zadaniami tego typu na sprawdzianie i nie umie ich rozwiązać.

Uczeń natomiast wiedział jaki jest związek pierwiastków wielomianu z jego wykresem, co pokazał w poprawnym rozwiązaniu zad. 20 i 21. Rozumowanie ucznia w zad. 20 było następujące:

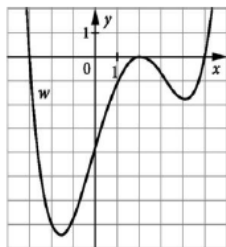
Miejsca zerowe z rysunku to -3 , 2 i 5 . To są pierwiastki wielomianu, ale 2 musi być dwukrotnym, bo wykres się odbija od osi OX . To będzie odpowiedź A. Eee... nie to będzie B... albo D. Ramiona są do góry, więc D.

Sposób wydedukowania poprawnej odpowiedzi w zadaniu 21 był bardzo podobny:

Wykres musi mieć ramiona do góry, bo jest $\frac{1}{5}$ [współczynnik jednonomianu najwyższego stopnia]. Miejsca zerowe to -1 , 2 i 3 , ale 2 jest pierwiastkiem dwukrotnym, a -1 pierwiastkiem trzykrotnym. W 2 musi się odbijać od osi OX . To będzie odpowiedź C.

Zadanie 20.

Wskaż wzór wielomianu w , którego wykres przedstawiono na rysunku.



Odpowiedź:

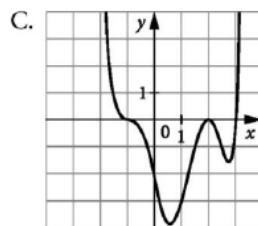
D. $w(x) = \frac{1}{16}(x+3)(x-2)^2(x-5)$

Zadanie 21.

Wskaż rysunek, na którym przedstawiono wykres wielomianu w określonego wzorem

$$w(x) = \frac{1}{5}(x+1)^3(x-2)^2(x-3).$$

Odpowiedź:



Rysunek 13: Wykresy z zadań 20 i 21 z testu przygotowanego przez NX

Niestety nie da się jednoznacznie stwierdzić czy UX potrafiłby narysować szkic wykresu samodzielnie, gdyż nie było takiego zadania w zestawie, a wypowiedzi ucznia „o ramionach” pozwalają przypuszczać, że mogłyby mieć z tym trudność w przypadku wielomianów o różnych niewłaściwych granicach funkcji wielomianowej w plus i minus nieskończoności. Oba przykłady zadań dostarczały informacji

tylko w szczególnym przypadku, w którym uczeń mógł widzieć analogię do paraboli i jej ramion (zob. Rys. 13). Brak umiejętności rozwiązania zad. 22 pozwala wzmocnić hipotezę, że uczeń nie opanował umiejętności rozwiązywania nierówności wielomianowych metodą graficzną.

Podsumowując, wyniki klasówki oraz badania z uczniem UX ujawniły trudności ucznia w rozumieniu dzielenia wielomianów, znajomości i stosowaniu twierdzenia Bézouta, znajomości i stosowaniu twierdzenia o pierwiastkach wymiernych wielomianu o współczynnikach całkowitych, rozwiązywaniu nierówności wielomianowych.

Nauczyciel NY i jego uczeń UY – wyniki badania

Nauczyciel NY większość tematów realizował w formie wideokonferencji, a dwa tematy wyłącznie poprzez dziennik elektroniczny (jak u NX). Na zajęciach w formie wideokonferencji nauczyciel prezentował uczniom wybrane zagadnienia oraz rozwiązywał przykładowe zadania, a uczniowie słuchali i ewentualnie zadawali pytania do przedstawianych przez niego treści. NY zapisywał na kartce dane wzory matematyczne i rozwiązania zadań, a potem pokazywał je uczniom. Wideokonferencja dotycząca danego tematu lekcji nie trwała dłużej niż 45 minut. Nauczyciel oznajmił, że uczniowie chętnie brali udział w tego typu lekcjach. Czas odbywania się tych zdalnych zajęć matematyki był ustalany indywidualnie z uczniami, aby wszyscy mogli być obecni.

Dwa tematy realizowane wyłącznie poprzez wysyłanie materiałów dotyczyły dzielenia wielomianów i wykresu wielomianu. W przypadku tego ostatniego tematu NY uzasadnił, że prowadzenie lekcji w formie wideokonferencji było dla niego zbyt trudne do realizacji, gdyż szkicowanie wykresów wielomianów na kartkach byłoby czasochłonne, a nie potrafił obsługiwać żadnych programów, które mogłyby mu to ułatwić. Wysłał więc uczniom plan opracowania tematu wraz z niezbędnymi materiałami, do których napisał komentarz wprowadzający. Przyczyna realizacji lekcji na temat dzielenia wielomianów w tej postaci nie została przez nauczyciela sprecyzowana.

NY po każdej lekcji zadawał uczniom zadania, których rozwiązania mieli przesłać mu poprzez dziennik elektroniczny lub pocztę e-mail. Następnie sprawdzał je i wysyłał wybranym uczniom ewentualną szczegółową informację zwrotną ale tylko wtedy, gdy błędy popełnione przez ucznia były istotne i mogły skutkować trudnościami w toku dalszej nauki.

Jedyny problem, jaki nauczyciel zdiagnozował, pojawił się podczas lekcji dotyczącej twierdzenia Bézouta. NY przyznał, że dopiero po tej lekcji zauważył, że niektórzy uczniowie mieli trudności z pisemnym dzieleniem wielomianów. Były one związane z tym, że podczas pisemnego dzielenia wielomianu przez dwumian uczniowie raz zmieniali znaki przy danym jednomianie jako iloczynie cząstkowym, a raz o tym zapominali. NY stwierdził, że powodem tego mógł być brak z jego

strony istotnego nawiązania dzielenia pisemnego wielomianów do dzielenia pisemnego liczb naturalnych. W związku z tym na początku kolejnej lekcji (która dotyczyła pierwiastków całkowitych i wymiernych wielomianu) wrócił do dzielenia pisemnego wielomianów i omówił ten temat.

Przed sprawdzianem zadaniem uczniów było przejrzenie notatek w zeszytach dotyczących wielomianów oraz rozwiązanie z zestawów powtórzeniowych z podręcznika tyłu zadań, ile uczeń uważał za stosowne do dobrego opanowania zagadnień dotyczących wielomianów. Nauczyciel zaznaczył, że w razie jakichkolwiek pytań jest cały czas do ich dyspozycji, jednak żaden z uczniów nie skorzystał ze zdalnych konsultacji z nauczycielem przed sprawdzianem.

Sprawdzian został przeprowadzony poprzez dziennik elektroniczny. Nauczyciel NY wysłał do uczniów zestaw zadań, których rozwiązania mieli przesłać do nauczyciela z powrotem na e-dziennik lub na pocztę e-mail. Na rozwiązanie i wysłanie sprawdzianu uczniowie mieli 45 minut. Źródło zadań zamieszczonych na sprawdzianu było dla wielu uczniów zaskoczeniem, gdyż po otwarciu pliku, zobaczyli listę ćwiczeń z podręcznika wraz z numerami stron, na których znajdują się w podręczniku. Nauczyciel NY celowo na sprawdzian wybrał do rozwiązania tylko tzw. „ćwiczenia” z podręcznika, gdyż na końcu podręcznika nie było do nich odpowiedzi tak, jak jest to w przypadku „zadań”. Wobec tego uczeń nie mógł zwerfikować na bieżąco poprawności swoich obliczeń. Zadań było dość dużo (19) jak na czas przewidziany na ich rozwiązanie. NY chciał przez to wyeliminować możliwość kontaktowania się uczniów między sobą podczas sprawdzianu ze względu na brak czasu. Dodatkowo podanie samych numerów ćwiczeń i stron (zapis typu: *Ćw. 5c, 6b str. 11; Ćw. 2b, e str. 13 itd.*) wymagało od uczniów poświęcenia dodatkowego czasu na odszukanie właściwego zadania.

Biorący w badaniu uczeń UY otrzymał ze sprawdzianu „Wielomiany” ocenę *dobry* i na ogół również osiąga wyniki dobre z matematyki. W obecności eksperymentatora analizował swój sprawdzian. Warto dodać, że niestety nie wiedział, jakie popełnił błędy, gdyż sprawdzian nie był omawiany przez NY. Na początku rozmowy UY stwierdził, że podczas rozwiązywania sprawdzianu nie miał trudności z zrozumieniem treści i wykorzystaniem posiadanych wiadomości z zakresu wielomianów.

Najłatwiejsze były dla niego początkowe zadania dotyczące obliczania wartości wielomianu, wyznaczania jego stopnia, dodawania i mnożenia wielomianów oraz rozkładu wielomianu na czynniki (realizowane w szkole na początku marca 2020). Gdy eksperymentator zapytał o przyczynę, uzyskał odpowiedź: *Sam nie wiem, ale wydaje mi się, że (...) dużo pamiętałem z lekcji, które były jeszcze w szkole i do sprawdzianu w ogóle nie musiałem się tego jakoś długo uczyć.*

UY wprawdzie cały sprawdzian rozwiązywał bez konsultacji z innymi osobami, ale jednocześnie podkreślił, że forma sprawdzianu znacznie ułatwiła mu pracę, gdyż przed każdym ćwiczeniem w podręczniku było najpierw rozwiązane analogiczne zadanie: *Na przykład w ogóle nie wiedziałem jak rozwiązać to ćwiczenie (wskazuje ćw. 2c str. 36, zob. Rys. 14), ale przed tym był przykład, który wszystko dokładnie opisywał i rozwiązałem zadanie bezbłędnie.*

Z rozwiązywaniem równań wielomianowych i określaniem krotności jego pierwiastków podczas sprawdzianu uczeń nie miał trudności.

Przykład 2

Oblicz resztę z dzielenia wielomianu $w(x) = 2x^3 + 3x^2 - x + 5$ przez dwumian $x + 2$, nie wykonując dzielenia.

$$r = w(-2) = 2 \cdot (-2)^3 + 3 \cdot (-2)^2 - (-2) + 5 = -16 + 12 + 2 + 5 = 3$$

Ćwiczenie 2

Oblicz resztę z dzielenia wielomianu w przez dwumian q , nie wykonując dzielenia.

a) $w(x) = x^3 - 2x^2 - 2x - 3$, $q(x) = x - 3$

b) $w(x) = 4x^3 - 4x^2 - x + 1$, $q(x) = x - \frac{1}{2}$

c) $w(x) = x^5 + x^4 + x^3 + x + 1$, $q(x) = x + 1$

d) $w(x) = x^5 + x^4 - x^3 - x + 6$, $q(x) = x + 2$

Rysunek 14: Przykład i ćwiczenie dotyczące obliczania reszty z dzielenia wielomianu przez dwumian (Babiański et al., 2016, str. 36)

Zadaniem błędnie rozwiązany było ćwiczenie dotyczące dzielenia wielomianu przez dwumian (zob. rys. 15).

$$\begin{array}{r} -2x^2 - 3x - 9 \\ \underline{-(-2x^2 + 2x + 6)} : (x + 3) \\ 2x^3 - 6x^2 \\ \underline{-3x^2 - 9x} \\ 3x - 9x \\ \underline{-5x + 6} \\ 9x - 27 \\ \underline{-9x + 27} \\ -27 = r(x) \end{array}$$

$$w(x) = (-2x^2 - 3x - 9) / (x + 3) - 23$$

Rysunek 15: Rozwiązanie ćwiczenia 3b (Babiański et al., 2016, str. 32) ze sprawdzenia przez ucznia UNY

Uczeń próbował wykonywać dzielenie pisemne wielomianu z wykorzystaniem dodawania wielomianu przeciwnego do iloczynu cząstkowego. UY zmieniał jednak znak tylko pierwszego składnika otrzymanej sumy stanowiącej iloczyn cząstkowy, a w kolejnych jednomianach stanowiących wynik cząstkowy mnożenia (odpowiednio: $-6x^2$, $-9x$, -27) nie zmieniał znaku (Rys. 15, zaznaczenia na czerwono). Uczeń poprawnie dodawał dwa wyrażenia, a potem analogicznie powielał błąd.

Badając przyczynę tego błędnego schematu konsekwentnie stosowanego przez UY oraz zauważonych przez NY podobnych trudności wielu uczniów tej klasy z dzieleniem wielomianów warto przeanalizować sposób wprowadzenia tego algorytmu. Instrukcja NY dotycząca tej lekcji była lapidarna (Rys.16).

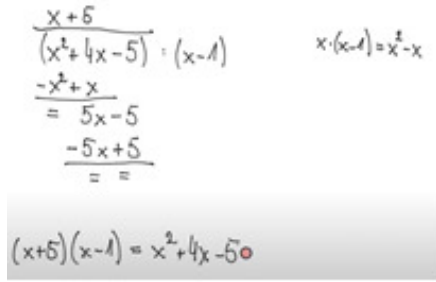
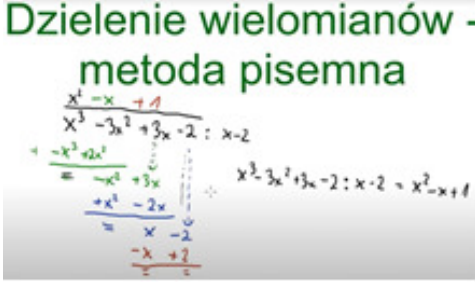
Temat lekcji: Dzielenie wielomianów

Przedstawiam link do omawianego zagadnienia: <https://iblink.pl/NRFjIM5y3c> lub kolejny link <https://iblink.pl/TLH4BziT0r> zawierający Dzielenie wielomianów metodą pisemną, Dzielenie wielomianów przez schemat Hornera.

Zadania z podręcznika do wykonania: zad 1. Str.32, zad.2 str. 32, zad.3 c, d str.32, zad.4 c, d str. 33, zad.5d,e str.33

Rysunek 16: Instrukcja NY do lekcji na temat dzielenia wielomianów

W ramach lekcji przeprowadzonej wyłącznie w postaci dziennika elektronicznego polecił zapoznanie się z następującymi dwoma zasobami internetowymi przedstawiającymi inny algorytm pisemnego dzielenia (rys 17a: *Matemaks Michał Budzyński* oraz rys. 17b: *Akademia Matematyki Piotra Ciupaka*).

https://www.matemaks.pl/dzielenie-wielomianow.html	https://www.youtube.com/watch?v=-9gmce7HIRAc
 <p style="text-align: center;">(a)</p>	 <p style="text-align: center;">(b)</p>

Rysunek 17: Algorytm pisemnego dzielenia zaproponowany przez autorów zasobów internetowych autorstwa (a): M. Budzyński i (b): P. Ciupak.

Ze względu na ograniczoną objętość artykułu nie wnikamy w głębszą analizę tych zasobów, ani nawet pierwszych przykładów (gdzie można mieć zastrzeżenia np. do języka matematycznego i zapisu – np. widoczny na rys. 17b brak nawiasów w zapisie dzielenia wielomianów, stwierdzone „skręcanie” zamiast redukcji wyrazów podobnych), ale zwróćmy uwagę, że w obu prezentacjach w algorytmie występuje dodawanie wielomianów, po wcześniejszej zmianie znaku iloczynu cząstkowego na przeciwny (przy czym w przykładzie 17a autor najpierw wykonał po prawej stronie pomocniczy rachunek znajdując iloczyn cząstkowy $x(x - 1) = x^2 - x$), a następnie omówił i wykonał zmianę znaku wpisując wielomian przeciwny do zapisu algorytmu dzielenia, a w przykładzie 17b widoczny jest wpisany dodatkowo znak „+” przed wielomianem ze zmienionymi znakami: $-x^3 + 2x^2$).

Poniżej wyjaśniamy, jak wyglądały kolejne kroki przy wykonywaniu tego dzielenia.

$$(3x^2 - x - 4) : (x + 1) = 3x$$

$$\begin{array}{r} 3x^2 + 3x \\ \hline -4x - 4 \end{array}$$

dzielimy $3x^2$ przez pierwszy wyraz dzielnika

mnożymy $3x$ przez dzielnik $x + 1$

odejmujemy

$$(3x^2 - x - 4) : (x + 1) = 3x - 4$$

$$\begin{array}{r} 3x^2 + 3x \\ \hline -4x - 4 \\ \hline -4x - 4 \\ \hline 0 \end{array}$$

dzielimy $-4x$ przez pierwszy wyraz dzielnika

mnożymy -4 przez dzielnik $x + 1$

odejmujemy

otrzyaliśmy resztę równą 0

$$\text{Sprawdzenie: } (3x - 4)(x + 1) = 3x^2 + 3x - 4x - 4 = 3x^2 - x - 4.$$

Rysunek 18: Opis algorytmu pisemnego dzielenia wielomianów wg podręcznika (Babiański et al., 2016, str. 30)

Zauważmy jednak, że w podręczniku algorytm jest wprowadzony inaczej, opiera się nie na dodawaniu wielomianu przeciwnego, ale na odejmowaniu wielomianów jako wyników cząstkowych: $(3x^2 - x) - (3x^2 + 3x)$ (zob. Rys. 18).

Uczeń UY również błędnie naszkicował wykres wielomianu w przedostatnim zadaniu na sprawdzianie.

A to wykres źle sobie narysowałem tutaj (ćw. 5c, Babiański et al., 2016, str. 51), bo nie zauważyłem tego minusa przed 3 [współczynnik jednomianu najwyższego stopnia] i zacząłem rysować od góry a nie spod osi OX.

Ostatniego zadania, w którym należało rozwiązać nierówność wielomianową (ćw. 7d, Babiański et al., 2016, str. 55) uczeń nie rozwiązał, gdyż nie miał już na to czasu. Zapytany o to, czy potrafiłby je rozwiązać oznajmił, że mógłby mieć kłopot z wyznaczeniem przedziałów, ale [...] *gdybym spojrział w wcześniejsze przykłady, to zawsze bym coś wymyślił.*

Nauczyciel NZ i jego uczeń UZ – wyniki badania

Nauczyciel NZ realizował w formie zdalnej te same tematy z rozdziału „Wielomiany” co nauczyciel NY.

Wszystkie zostały opracowane w formie wideokonferencji. Zajęcia on-line odbywały się przy użyciu aplikacji *Microsoft Teams*. Schemat przebiegu każdej lekcji był bardzo podobny do wideolekcji nauczyciela NY. Nauczyciel sprawdzał poziom opanowanego materiału przez uczniów w formie krótkich pytań kontrolnych lub poprzez otrzymywane na pocztę e-mail lub dziennik elektroniczny rozwiązania zadań po omówieniu każdego tematu. NZ stwierdził, że wybrana forma prowadzenia przez niego zdalnych lekcji matematyki pozwoliła mu na utrzymanie dobrego kontaktu i atmosfery z uczniami niemal takiej samej, jak podczas lekcji w szkole. Lekcje były organizowane o tej samej godzinie i w tych samych dniach, co odbywałyby się w szkole oraz trwały 45 minut.

Każdy z tematów omawianych zdalnie z rozdziału „Wielomiany” rozpoczynał się powtórzeniem wiadomości z ostatniej lekcji. Na początku nauczyciel krótko opisywał jaki jest cel aktualnych zajęć. Następnie, głównie z wykorzystaniem podręcznika przedmiotowego i wiadomości w nim zawartych, przechodził do części właściwej lekcji. Najpierw pojawiała się zawsze część teoretyczna danego tematu oraz kilka rozwiązanych przykładowo zadań z omówieniami. Potem następowała część praktyczna lekcji, czyli rozwiązywanie zadań. Początkowo nauczyciel zapisywał potrzebne treści oraz rozwiązania zadań na kartce, ale od tematu „Twierdzenie Bézouta” zaczął pracować z użyciem tablicy on-line udostępnianej uczniom. Dzięki temu lekcje nabrały charakteru interaktywnych wideokonferencji z czynnym udziałem uczniów. Nauczyciel NZ z humorem stwierdził, że początkowo zauważył nawet wzrost aktywności uczniów podczas zajęć, gdyż każdy chciał „sprawdzić możliwości udostępnionej tablicy” na lekcji. NZ stwierdził również, że jego lekcje były odzwierciedleniem szkolnych zajęć. Wszystko odbywało się w tym samym tempie. Według niego uczniowie chętnie brali udział w takich lekcjach i zazwyczaj wszyscy byli obecni. W trakcie omawiania danego tematu zapisywali w zeszytach ważne definicje, twierdzenia i inne notatki. NZ zaznaczył, że żaden z drugoklasistów podczas omawiania danych tematów w formie zdalnej nie zgłaszał trudności związanych z rozumieniem zagadnień z wielomianów.

Po omówieniu wiadomości dotyczących tematu „Równania wielomianowe” nauczyciel zorganizował zdalnie krótką kartkówkę, którą nazwał „pytaniami kontrolnymi”. Miała ona być informacją zwrotną dla niego czy uczniowie rozumieją dane zagadnienia z wielomianów. Kartkówka została przeprowadzona przy użyciu strony *testportal.pl*. Dzięki niej nauczyciel i uczeń otrzymywali od razu zestawienie wszystkich odpowiedzi i liczbę punktów zdobytych przez każdego ucznia.

Przy użyciu tej samej strony *testportal.pl* nauczyciel NZ przeprowadził również sprawdzian z wielomianów. Poprzez dziennik elektroniczny wysłał uczniom link przekierowujący ich do testu, który był udostępniany na 45 minut w umówionym terminie. Nauczyciel NZ najpierw wprowadził do „bazy pytań” tego testu 60 zadań dotyczących wielomianów. Podczas sprawdzianu aplikacja automatycznie losowała z tej puli zadań dla każdego ucznia tylko 12 z 60. Dzięki temu nauczyciel chciał wyeliminować wspólne rozwiązywanie testu przez klasę. NZ napisał w podsumowaniu ankiety: *Wyniki ze sprawdzianu były raczej nieco wyższe niż uczniowie otrzymaliby rozwiązując sprawdzian w szkole*. Podkreślił jednak, że były podobne.

Uczeń biorący udział w badaniu UZ zaznaczył na wstępie rozmowy, że nie miał większych trudności z rozwiązaniem testu i otrzymał z niego ocenę *dobry* i na ogół również osiągał dobre wyniki z matematyki. Eksperymentator poprosił ucznia o rozwiązanie innego testu 12 pytań wylosowanego z puli 60 pytań.

Zadania związane z szukaniem pierwiastków wielomianu, wyznaczaniem sumy, iloczynu i stopnia wielomianu oraz z rozkładaniem wielomianu na czynniki uczeń rozwiązywał poprawnie, pojawiały się niekiedy błędy obliczeniowe, które powodowały u niego zaznaczanie błędnej odpowiedzi bądź konieczność ponownego wykonywania obliczeń. UZ miał trudności jedynie z rozwiązaniem zadania:

Wielomian $W(x) = x^5 - 2x^4 + x^3 - 2x^2 + x + k$ jest podzielny przez dwumian $P(x) = x - 2$, dla k równego: A. 2, B. -2 , C. 82, D. 8.

UZ stwierdził:

Tego to nam nigdy Pani nie pokazywała, więc nawet nie wiem od czego zacząć. Nie da się tego podzielić normalnie bo jest to k na końcu i ono mi wszystko psuje.

Eksperymentator zapytał, czy pamięta dzielenie wielomianów przy pomocy schematu Hornera.

No tak. Pani NZ na tych zdalnych lekcjach coś mówiła na ten temat, ale nie rozwiązała tym schematem żadnego przykładu, bo tablica nie działała, a mówiła, że się rysuje tabele. Aa.., i jeszcze, że to nieraz ułatwia dzielenie, bo to szybki sposób.

Uczeń potem dodał, że podczas uczenia się do sprawdzianu nie znalazł tego w treściach obowiązkowych, więc stwierdził, że nie będzie to potrzebne. Istotnie schemat Hornera jest nieobowiązkowy, więc eksperymentator poprosił, aby wykonał tradycyjnie pisemne dzielenie wielomianu przez podany dwumian. Uczeń stwierdził jednak, że ponieważ we wzorze podanej funkcji wielomianowej znajduje się parametr k , to nie będzie umiał tego wykonać. Ponadto stwierdził, że nie bardzo rozumie, jak wykonuje się dzielenie pisemne wielomianów, a przy próbie dalszej

rozmowy stwierdził: *sam nie wiem jak to nazwać, po prostu nie lubię dzielenia* i wykazywał duże zniecierpliwienie, więc po tym stwierdzeniu rozmowa z uczniem została zakończona.

Rozmowa z uczniem pokazała, że treści dotyczące wielomianów zostały przez niego opanowane w dobrym stopniu, samodzielnie rozwiązał nowy sprawdzian, popełniając nieliczne błędny rachunkowe i na bieżąco je weryfikując, nie umiał rozwiązać zadania z parametrem. Jednak w tym przypadku ponownie, jak we wcześniejszych rozmowach okazało się, że algorytm pisemnego dzielenia nie został przez ucznia przyswojony. Niestety nie są nam znane przyczyny tego stanu rzeczy.

Podsumowanie części A

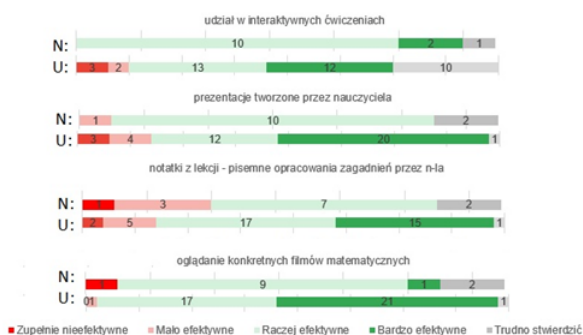
Wśród przedstawionych powyżej wyników ankiet nauczycieli i uczniów wyróżniamy tylko niektóre, w subiektywny sposób naszym zdaniem warte uwagi.

1. Większość ankietowanych nauczycieli przyznała, że nie prowadziła lekcji interaktywnych w początkowym etapie pandemii (marzec-czerwiec 2020). Uczniowie również byli z tym zgodni zaznaczając, że ich zdalne lekcje matematyki nie odbywały się w formie interaktywnej. Zdiagnozowaliśmy trzy przyczyny tego stanu:
 - A) Połowa ankietowanych nauczycieli nie czuła potrzeby organizowania lekcji w formie interaktywnej, co podali wprost jako przyczynę w ankiecie. Nie napawa to optymizmem. Patrząc na ten wynik należy zauważyć, że instytucjonalnie wprowadzony obowiązek prowadzenia lekcji w formie interaktywnej był dobrą decyzją i koniecznością, uchronił wielu uczniów przed brakiem bezpośredniego kontaktu z nauczycielem na lekcji. A zatem tę przeszkodę udało się z czasem przezwyciężyć dzięki decyzjom centralnym.
 - B) Druga połowa ankietowanych nauczycieli, którzy nie prowadzili lekcji interaktywnych tłumaczyła tę decyzję warunkami technicznymi (brakiem odpowiedniego oprogramowania lub sprzętu). Miejmy nadzieję, że i to się zmieniło z upływem czasu i kontynuacji nauczania zdalnego w kolejnym roku szkolnym 2020/21, wobec różnych akcji wsparcia sprzętowego dla szkół, czy dodatkowych dotacji finansowych dla nauczycieli na zakup sprzętu.
 - C) Jeden nauczyciel uzasadnił nieprowadzenie lekcji interaktywnych brakiem czasu. Szkoda, że ta wypowiedź nie została rozwinięta, gdyż nie jest zrozumiałe, co nauczyciel miał na myśli. Tak sformułowana przyczyzna może mieć różne podłoże: może podkreślać świadomość ogromu pracy koniecznej do przygotowania jednej dobrej interaktywnej lekcji, co może być związane także z koniecznością nauczania się przez nauczyciela nowych narzędzi, obsługi programów komputerowych, platform, znajdowania materiałów edukacyjnych itp. Nagromadzenie tych wyzwań mogło stanowić wyzwanie nie do pokonania w tamtym momencie. Natomiast taka odpowiedź mogła mieć również bardziej negatywne

podłoże: np. ukryty brak chęci, do czego być może nauczyciel nie chciał się przyznać wprost. Ewentualna hipoteza o skrajnie negatywnej przyczynie takiej odpowiedzi, czyli o lekceważeniu obowiązków służbowych jest przez nas odrzucona, gdyż twierdzimy, że nauczyciel lekceważący swoje obowiązki nie brałby udziału w naszej ankiecie na temat swojego zdalnego nauczania, gdyż tym bardziej nie chciałby poświęcić na nią swojego czasu.

Wszystkie te przyczyny nie napawają optymizmem, ale wydaje się, że ich wpływ został instytucjonalnie przezwyciężony w dalszych etapach nauczania zdalnego w Polsce w roku szkolnym 2020/21.

2. Nauczyciele prowadzący lekcje w formach interaktywnych zgłosili różnorodne sposoby ich realizacji (Tabela 1), wśród których dominowała wideokonferencja z czynnym udziałem uczniów, którzy rozwiązywali wybrane zadania lub odpowiadali na kontrolne pytania. Natomiast zaledwie kilku uczniów tych nauczycieli (6 na 40), u których zajęcia odbywały się w formie interaktywnej, zaznaczyło, że były to tylko interaktywne ćwiczenia. Wszyscy uczniowie stwierdzili, że właściwie nigdy nie odbyli zajęć matematyki w formie wideokonferencji. Zatem można zauważyć zdecydowaną rozbieżność wynikającą z przedstawionych relacji obu badanych grup. Z biegiem czasu zapewne ta różnica zaczęła zanikać, gdyż nauczyciele cały czas rozwijali swoje umiejętności i wiedzę w zakresie zdalnego nauczania. Coraz więcej nauczycieli zaczęło prowadzić lekcje w formie wideokonferencji, poszerzając tym samym swoje umiejętności techniczne i zaplecze nowoczesnych materiałów dydaktycznych.
3. W opinii wszystkich nauczycieli najlepsze efekty w kształceniu uczniów powinny przynosić interaktywne ćwiczenia (brak było pejoratywnych wyborów) oraz czynny udział uczniów w wideokonferencjach (również brak pejoratywnych ocen). Te teoretyczne oceny efektywności stoją niejako w sprzeczności z wynikami opisanymi w p. 1, gdzie nauczyciele wprost deklarowali, że nie czują potrzeby organizowania interaktywnych lekcji. Ponadto, zupełnie inne zdanie na ten temat posiadają ankietowani uczniowie.



Rysunek 19: Zestawienie oceny efektywności form nauczania zdalnego w opinii uczniów i nauczycieli (część I)

Uważają bowiem, że najbardziej efektywną formą zdalnego uczenia się jest oglądanie różnorodnych filmów matematycznych, przeglądanie prezentacji oraz notatek tworzonych i przesyłanych przez prowadzącego lekcje.

Na uwagę zasługuje również to, iż zarówno nauczyciele, jak i uczniowie zgodnie twierdzili, że prezentacje tworzone przez nauczycieli i przesyłane uczniom stanowią efektywny sposób zdalnego nauczania.



Rysunek 20: Rysunek 14 Zestawienie oceny efektywności form nauczania zdalnego w opinii uczniów i nauczycieli (część II)

- Najniższą skuteczność w opinii nauczycieli uzyskała lektura odpowiedniego fragmentu lekcji z podręcznika oraz wysyłanie uczniom zadań czy notatek z lekcji. Co ciekawe, ta negatywna opinia wyrażona została również przez wszystkich nauczycieli, którzy pracowali z wykorzystaniem tej formy, czyli przez większość badanych. Tutaj również możemy zauważyć różnicę zdań między grupą badanych nauczycieli a uczniów. Uczniowie bowiem uważają, że uczenie się poprzez przeczytanie wyznaczonych treści matematycznych z podręcznika przynosi pozytywne efekty.
- Tylko dwóch nauczycieli przyznało, że prowadzili lekcje interaktywne w wymiarze co najmniej takim samym (lub większym), niż to wynika z harmonogramów. Pozostali prowadzili te lekcje w zdecydowanie mniejszym wymiarze czasu lub ograniczając się jedynie do przesyłania materiałów dydaktycznych uczniom. To również nie jest optymistyczna obserwacja.
- Wszyscy ankietowani nauczyciele wysyłali uczniom różnorodne pliki dotyczące danego tematu lekcji, większość nauczycieli polecała uczniom oglądanie wskazanych filmów, apletów lub stron internetowych w ramach zdalnego nauczania matematyki.
- Tylko trzech badanych nauczycieli używało matematycznych programów komputerowych do prowadzenia lub tworzenia zdalnych lekcji matematyki

(były to *GeoGebra* i *WolframAlfa*). Natomiast, wszyscy pozostali tego nie robili głównie dlatego, że nie znali takich aplikacji lub nie potrafili się nimi posługiwać. Argument braku czasu pojawił się tu dwukrotnie, niestety pojawił się też argument, że *nie jest mi to potrzebne*.

8. Tylko jeden nauczyciel przyznał, że nie realizuje w pełni podstawy programowej z matematyki z powodu nauki zdalnej, pozostali nauczyciele nie zgłosili w tym zakresie trudności, pomimo ograniczeń opisanych wcześniej. Nie wiemy jednak, co nauczyciele mieli na myśli pisząc o podstawie programowej i jaki rodzaj jej „realizacji” mieli na myśli.
9. Podczas zdalnego nauczania nauczyciele w mniejszym stopniu kontrolowali poziom wiedzy uczniów. Relacjonowali, iż nie mieli wystarczających możliwości, aby poprosić uczniów do ustnej odpowiedzi lub zorganizować pracę pisemną, która wykluczałaby niesamodzielną pracę ucznia. W ankiecie dla nauczycieli badani mieli procentowo określić jak bardzo miarodajne, ich zdaniem, są różne formy sprawdzania poziomu wiedzy. Tym samym, wyniki pokazały, że według nich samodzielna praca uczniów była możliwa podczas odpowiedzi ustnych (około 80% nauczycieli uznało ją za miarodajną) lub poprzez organizowanie sprawdzianów online, na których w tym samym czasie uczniom wyświetlane były losowe pytania (około 90%). Jednak każda z tych form wymagała od nauczycieli opanowania nowoczesnych technologii informatycznych w krótkim czasie. Presja, spowodowana nagłym wprowadzeniem zdalnego nauczania oraz obowiązkiem szybkiego zorganizowania pracy zdalnej, ostatecznie uniemożliwiła lub znacząco ograniczyła u większości nauczycieli stosowanie wymienionych sposobów kontroli poziomu wiedzy uczniów z matematyki. Ten problem prawdopodobnie został już rozwiązany poprzez instytucjonalne wprowadzenie zajęć zdalnych organizowanych w różnorodnych formach interaktywnych w Polsce podczas kolejnych fali pandemii COVID-19.
10. Do pozytywnej refleksji skłania fakt, że większość nauczycieli wymagała od uczniów przesyłania wszystkich lub wybranych rozwiązań zadań domowych. Ich dokładna liczba zależała zwykle od poziomu trudności konkretnego tematu. Każdy z nauczycieli deklarował, że sprawdzał zadanie domowe wystawiając za nie stosowną ocenę lub punkty z aktywności. Jednakże z relacji uczniów wiemy, że nie każdy uczeń oddawał zadania domowe lub przysyłał je tylko wtedy, gdy nauczyciel wyraźnie o nie poprosił. Nie wszyscy uczniowie zauważali potrzebę terminowości w tym zakresie. Nie wszyscy uczniowie otrzymywali informacje zwrotne na temat swoich błędów.
11. Kolejne wnioski dotyczą samooceny realizacji zajęć przez nauczycieli. Większość z ankietowanych oceniła prowadzone przez siebie zdalne lekcje matematyki na poziomie przynajmniej średnim. Argumentowali to tym, że starają się systematycznie i w sposób jak najbardziej przystępny przysyłać uczniom materiały oraz opracowania danych zagadnień. Ponadto relacjonowali, że uczniowie nie zgłaszają trudności z rozumieniem tematów, a jeśli się one pojawiają, to są one od razu rozwiązywane. Pomimo to nauczyciele najczęściej

wybierali odpowiedź: „trudno stwierdzić”. Warto podkreślić, że takie odpowiedzi mogą nie wynikać z braku umiejętności oceny własnej pracy, tylko z troski o dobro i wiedzę ucznia przy jednoczesnej świadomości ograniczeń związanych z rzetelnym sprawdzeniem wiedzy uczniów. Stwierdzali oni, że w tej formie nauki bardzo wiele zależało od ucznia i jego zaangażowania w samodzielną naukę i efekty będą mogły być sprawdzone dopiero podczas powrotu do nauki stacjonarnej²⁴, na ten okres planowane były przez nauczycieli powtórki weryfikujące efektywność zdalnego nauczania.

12. Warto podkreślić, że niższa samoocena realizacji zajęć przez nauczycieli mogła również wynikać ze świadomości własnych braków z zakresu stosowania ICT oraz braku odpowiedniego sprzętu i oprogramowania, co również wybrzmiewało z odpowiedzi nauczycieli.
13. Ogólna ocena efektywności zdalnego nauczania w pierwszej fali pandemii COVID-19, jaka wyłania się z części A badania nie jest optymistyczna. Większość nauczycieli uważała, że jest ono mało efektywne, drugą pod względem częstości odpowiedzią było stwierdzenie: „Trudno stwierdzić”. Nauczyciele podkreślali, że niektóre zagadnienia z matematyki trudno im było wytłumaczyć on-line, więc to uczeń musiał włożyć więcej czasu i wysiłku w samodzielną naukę matematyki.
14. Jednakże w swoich wypowiedziach nauczyciele starali się zamieścić również pozytywne aspekty zdalnej formy nauki. Zaznaczali, że uczniowie uczyli się samodzielności oraz gospodarowania swoim czasem, mieli okazję do samodzielnego zdobywania wiedzy, odkrywania czegoś nowego. W dużej mierze to od uczniów zależał ich plan dnia w rzeczywistości zdalnego nauczania. To od ucznia zależało, jak wiele wiedzy chce nabyć z danej lekcji. Istotną zaletą zdalnego nauczania wg nauczycieli jest również zwiększenie własnych zasobów materiałów dydaktycznych, które z pewnością będzie można wykorzystać w przyszłości, także podczas tradycyjnych lekcji w szkole.

Dwóch nauczycieli wskazało jako pozytywną stronę fakt, że podczas lekcji on-line prowadzący nie muszą koncentrować się na utrzymaniu dyscypliny i w mniejszym aspekcie zajmować się sprawami wychowawczymi.

Podsumowanie części B

W podsumowaniu badań z części B również zwrócimy uwagę tylko na wybrane wnioski płynące z analizy pracy trzech nauczycieli i ich uczniów biorących udział w badaniu.

Nauczyciel NX i jego uczeń UX

1. Nauczyciel prowadził lekcje wyłącznie w formie wysyłania uczniom opracowanych materiałów przez dziennik elektroniczny, jeden raz w tygodniu.

²⁴ Nauka stacjonarna w szkołach ponadpodstawowych powróciła do szkół w Polsce na początku roku szkolnego 2020/2021, od 1 września do 19 października 2020r.

NX w swoich opracowaniach przysyłał linki do stron internetowych oraz filmów, które mogły być pomocne w samodzielnej nauce ucznia. Jednocześnie NX zdawał sobie sprawę z niskiej efektywności tej formy pracy. Nasuwa się pytanie – dlaczego pomimo tej świadomości wszystkie lekcje przeprowadzał w takiej właśnie formie? Odpowiedzi na to pytanie NX udzielił w ankiecie z części A badania: *Brak odpowiedniego sprzętu, słaby Internet*. Pomimo starannie przygotowanych opracowań, nauczyciel zrzucił ciężar pracy na samodzielną, indywidualną pracę uczniów.

2. Uczniowie nie zgłaszali żadnych trudności nauczycielowi, pomimo iż nauczyciel o to prosił. Można domyślać się przyczyn takiego stanu rzeczy. Listy wysyłane nauczycielowi z informacją zwrotną są elementem ewaluacji i mogą być traktowane jako element nauki samooceny wiedzy i umiejętności u uczniów oraz jako wskazówka zarówno dla ucznia, jak i nauczyciela, jak zaplanować dalszy proces uczenia się i nauczania. Warto jednak zwrócić uwagę na to, że podczas pracy tradycyjnej uczniowie nie praktykowali indywidualnej ewaluacji lekcji, na koniec lekcji stacjonarnych NX kierował jedynie pytania ewaluacyjne do całej klasy o to, czy wszystko jest zrozumiałe. Rozpoczęcie takiej indywidualnej ewaluacji, od razu w formie pisemnej akurat podczas nauczania zdalnego mogło utrudnić skuteczność tego procesu. Po pierwsze trudno uczniowi samodzielnie zdiagnozować swoje luki w wiedzy i dodatkowo pisemnie to opisać nauczycielowi, jest to naturalna przeszkoda u uczniów, nad którą należy systematycznie pracować. Po drugie, pisanie o swoich słabych stronach w listach do nauczyciela mogło być niekomfortowe dla uczniów niewdrożonych wcześniej w proces indywidualnej ewaluacji, z tego względu, że to właśnie nauczyciel ocenia tę wiedzę.
3. W świetle badań z uczniem UX zdalne nauczanie w zaprezentowanej formie okazało się w głównej mierze nieefektywne. Wybuch pandemii i przejście na nauczanie zdalne stanowiło wyraźną cezurę w nabytej wiedzy i umiejętnościach matematycznych ucznia UX z zakresu wielomianów. Treści z zakresu wielomianów, które nauczane były w szkole przed wybuchem pandemii uczeń opanował bez najmniejszych trudności, nie musiał ich nawet powtarzać przed sprawdzianem, a warto podkreślić, że wśród nich były również trudniejsze zagadnienia, takie jak np. rozkład wielomianu na czynniki. Natomiast treści programowe dotyczące wielomianów realizowane zdalnie sprawiły uczniowi wiele trudności. Ponadto poprzez samodzielną naukę uczeń np. utrwalił wymyślony przez siebie algorytm o „ramionach” wykresu funkcji wielomianowej. Co więcej, niektóre z treści (np. dzielenie wielomianów) przerosły go do tego stopnia, że w ogóle nawet nie spróbował opanować ich samodzielnie.
4. Wywiad z UX ujawnił, że wprawdzie ze sprawdzianu z wielomianów otrzymał tę samą ocenę, co zazwyczaj (*dostateczny*), ale podczas tego sprawdzianu uczniowi pomagał kolega w odpowiedzi na niektóre pytania związane z treściami realizowanymi zdalnie, więc ocena nie odzwierciedlała stanu jego wiedzy.

5. Podczas rozmowy z eksperymentatorem uczeń UX był zainteresowany algorytmem pisemnego dzielenia wielomianów i chciał go poznać — rozmowa z eksperymentatorem sprawiła, że uczeń zaczął stosować ten algorytm (choć nie bezbłędnie) i zaczął rozwiązywać dalsze zadania ze sprawdzianu, które wcześniej pomijał ze względu na ten algorytm. Uczeń potrzebował wsparcia w zakresie dzielenia wielomianów, rozmowy i kontaktu „jeden na jeden”.
6. Przyczyn niektórych trudności ucznia upatrujemy w formie nauki zdalnej opartej wyłącznie na komunikacji przez dziennik elektroniczny, bez ustnego kontaktu z nauczycielem (p. 3–5).
7. Zwróćmy jednak uwagę na to, że wpływ na niezadawalające wyniki ucznia podczas nauki zdalnej miała co najmniej równorzędnie jego postawa. Uczeń nie podjął wysiłku, aby samodzielnie przeczytać i przeanalizować dłuższy tekst matematyczny ani przesłuchać nagrań filmów rekomendowanych przez nauczyciela. Widząc materiały ze zdalnej lekcji matematyki z dzielenia wielomianów założył, że tego nie zrozumie. Z jednej strony można przypuszczać, że taka lektura mogła być dla niego psychologiczną barierą nie do pokonania, związaną być może z brakiem wdrożenia w czytanie tekstu matematycznego, brakiem wiary we własne siły i niską samooceną umiejętności matematycznych – ale z drugiej strony widoczna jest tu postawa ucznia, który zwyczajnie **nie chce** podjąć wysiłku, a co gorsze, nie bierze w ogóle odpowiedzialności za własną naukę, a wręcz lekceważy problem. Uczeń z góry założył, że odpowiedzialność za jego naukę spoczywa na nauczycielu, założył, że jak on nie wykona zaleconej pracy własnej, to nauczyciel zanim będzie przeprowadzony sprawdzian z rozdziału „Wielomiany” i tak powtórzy wszystko jeszcze raz²⁵. Biorąc pod uwagę jego stabilne oceny dostateczne można przypuszczać, że w warunkach tradycyjnej nauki nauczyciel faktycznie zmobilizowałby ucznia do próby zastosowania algorytmu na lekcji, ponadto tłumaczyłby ten algorytm podczas zajęć krok po kroku i pokazywałby przykłady. Można więc przypuszczać, że trudności, które okazały się barierą, której uczeń nawet nie starał się pokonać w nauczaniu zdalnym mogłyby nie zaistnieć lub być pokonane podczas tradycyjnych lekcji, poprzez konieczność podjęcia próby wykonania dzielenia na lekcji.
8. Można niestety przypuszczać, że tego typu postawa mogła się powtarzać u innych uczniów.
9. Nauczyciel NX stwierdził, że zdalne nauczanie matematyki w takiej formie, jaką on praktykuje jest uciążliwe ze względu na brak szybkiej i miarodajnej kontroli rozumienia określonych zagadnień przez uczniów. Nauczyciel NX zdawał sobie sprawę z tego, że poprzez wiadomości elektroniczne nie można

²⁵ Wprawdzie podczas pierwszego etapu pandemii nie była podawana informacja, że uczniowie już nie wrócą do szkoły w roku szkolnym 2019/2020 i wszyscy z tygodnia na tydzień oczekiwali na nowe wytyczne ministerialne, co mogło sprawić, że uczeń zakładał szybki powrót do szkoły. Jednak jednocześnie nigdy nie była podana informacja (jakakolwiek i gdziekolwiek), że treści omawiane w trakcie zdalnego nauczania zostaną powtórzone ponownie po powrocie do nauki stacjonarnej.

w pełni zweryfikować, czy uczeń faktycznie opanował dany temat, czy poprawne rozwiązania zadań były wykonywane samodzielnie.

Nauczyciel NY i jego uczeń UY

1. Pierwszy wniosek jaskrawo wybrzmiewający z tej części badań związany jest kolejnym potwierdzeniem braku efektywności nauczania zdalnego w asynchronicznej formie, wyłącznie poprzez wysyłanie materiałów poprzez dziennik elektroniczny. Tę metodę wykorzystał NY tylko dla dwóch tematów (głównie z powodów technicznych). Rozmowa z UY, który uzyskiwał zwykle dobre wyniki w matematyce ujawniła, że dokładnie z tymi dwoma tematami uczeń osiągający zwykle dobre wyniki miał poważne trudności. NY sam również przyznał, że prowadząc wideokonferencję zauważył, że większość klasy nie umie wykonywać dzielenia wielomianów i poświęcił na to część lekcji przeznaczonej na inny temat.
2. Sprawdzian wiadomości został przygotowany w nieprzemyślany sposób. Nauczyciel NY celowo na sprawdzian wybrał do rozwiązania tylko tzw. „ćwiczenia” z podręcznika, argumentując tę decyzję faktem, że do zadań ćwiczeń na końcu podręcznika nie było odpowiedzi. Nie wziął jednak pod uwagę dwóch znacznie bardziej istotnych faktów. Po pierwsze, ćwiczenia te były istotnie tylko *zadaniami-ćwiczeniami* w typologii zadań wg Krygowskiej (1977), gdzie *aktywność ucznia ogranicza się do wyboru odpowiedniego gotowego wzoru i wykonania dalszych czynności według tego wzoru* (Krygowska, 1977, tom 3, str. 21). Po drugie, przed każdym ćwiczeniem był przedstawiony ów wzór postępowania w stosownym przykładzie (zob. Rys. 14). A zatem *zadanie-ćwiczenie* ze sprawdzianu nie sprawdzało nawet umiejętności wyboru takiego wzoru. Dla ucznia UY rozwiązane przykłady były wzorcem postępowania, dzięki czemu uzyskał dobrą ocenę i niejako zamiast poczucia porażki, że nie umiał samodzielnie rozwiązać wielu zadań – zakończył sprawdzian z poczuciem sukcesu: *w ogóle nie wiedziałem jak rozwiązać to ćwiczenie (...), ale przed tym był przykład, który wszystko dokładnie opisywał i rozwiązałem zadanie bezbłędnie*, podobnie: *[...] gdybym spojrział w wcześniejsze przykłady, to zawsze bym coś wymyślił*. Ten sprawdzian nie spełnił żadnej ze swoich ról. Uczeń wykazał się sprytem i umiejętnością korzystania z krótkiego tekstu matematycznego – jednak nie te umiejętności miał sprawdzać wspomniany test.
3. Prawdopodobnym powodem wystąpienia wspomnianych trudności ucznia związanych z błędnie utrwalonym algorytmem wykonywania dzielenia wielomianów mógł być nieprzemyślany sposób wprowadzenia tego algorytmu przez nauczyciela. NY polecił dwa filmy, w których prezentowano inną wersję dzielenia (dodawanie wielomianu przeciwnego do iloczynu cząstkowego), niż opisana w podręczniku (jako odejmowanie), z którego uczeń czerpał wiedzę oraz dodatkową podpowiedź podczas sprawdzianu. Nauczyciel podczas asynchronicznej formy realizacji tego tematu nie dokonał omówienia tych różnych sposobów wykonywania algorytmu – co na przykład zrobił nauczyciel UX, realizujący wszystkie lekcje w formie wysyłanych uczniom materiałów. Uczeń

osiągający zwykle dobre wyniki z matematyki nie poradził sobie z tym spiętrzeniem trudności. Wprowadzenie algorytmu pisemnego dzielenia w innej wersji niż opisana w podręczniku niesło dodatkowe trudności dla uczniów, tym bardziej trudne do samodzielnego pokonania przez uczniów osiągających słabsze wyniki w uczeniu się matematyki. Taka decyzja powinna być poprzedzona przynajmniej pisemną informacją dla ucznia sygnalizującą istnienie dwóch metod i decyzją o stosowaniu jednej z nich lub omówieniem obu. Niezauważona i nieomówiona na samym początku stanowi błąd metodyczny.

4. Rozmowa z uczniem UY wykazała, że nie otrzymał on żadnej informacji zwrotnej na temat popełnionych błędów i rozwiązań poszczególnych zadań ze sprawdzianu, co również nie sprzyja efektywnemu nauczaniu.
5. Brak umiejętności technicznych nauczyciela (zapisywanie wzorów na kartkach i pokazywanie ich) spowodował, że pomimo, iż NY prowadził lekcje w formie wideokonferencji, to zdecydował się realizować dwa trudne tematy: dzielenie wielomianów i wykresy wielomianowe wyłącznie w formie przesyłanych materiałów, co skutkowało z kolei wieloma trudnościami uczniów w tym zakresie.

Nauczyciel NZ i jego uczeń UZ:

1. Wszystkie lekcje NZ prowadził w postaci wideokonferencji i zarówno opinia nauczyciela, jak i przypadek ucznia UZ potwierdzają efektywność tego sposobu realizacji lekcji zdalnych. Uczeń uzyskał ocenę dobry ze sprawdzianu (takie oceny zwykle uzyskiwał z matematyki) i potrafił prawie wszystkie zadania bezbłędnie rozwiązać.
2. Warto podkreślić, że ten sukces związany jest z postawą nauczyciela NZ, który od początku prowadził wszystkie lekcje w postaci wideokonferencji, ale najpierw pisał wzory na kartce, a niedługo później uruchomił i udostępnił uczniom interaktywną tablicę. Nauczyciel cały czas doskonalił swoje umiejętności techniczne i szukał dobrych rozwiązań. Dzięki temu lekcje nie różniły się wiele od tych szkolnych (zarówno w opinii nauczyciela, jak i ucznia), uczniowie w pewnym momencie byli nawet bardziej aktywni niż na lekcji tradycyjnej, *gdyż każdy chciał sprawdzić możliwości udostępnionej tablicy*. Badany uczeń pamiętał lekcje i epizody z nich (np. cytowane podczas wywiadu komentarze o schemacie Hornera).
3. Sprawdzian wiadomości został w pełni przemyślany i weryfikował wiedzę uczniów – zadania były zróżnicowane ze względu na treści i stopień trudności, dla każdego ucznia wylosowany został inny sprawdzian złożony z 12 zadań (z puli 60), a dzięki możliwościom platformy *Testportal*²⁶ uniemożliwione było otwieranie innych stron w trakcie pisania sprawdzianu.

²⁶ <https://www.testportal.pl/>

Refleksje końcowe

Podsumowując warto zwrócić uwagę na słabe strony tradycyjnego nauczania matematyki sprzed wybuchu pandemii, które pokutowały i dodatkowo utrudniły proces nauczania zdalnego.

Pierwszą z nich jest wybrzmiewające wielokrotnie podczas wyników tych badań niewystarczające przygotowanie i biegłość nauczycieli w zakresie stosowania nowych technologii, niewystarczająca znajomość oprogramowania matematycznego i innych interaktywnych pomocy dydaktycznych czy generatorów testów. Badacze z zakresu dydaktyki matematyki wielokrotnie podkreślali potrzebę wsparcia nauczycieli w tym zakresie. Warto w tym miejscu odwołać się do badań dotyczących stosowania technologii informacyjnych przez nauczycieli matematyki przed zdalnym nauczaniem i kompetencji cyfrowych nauczycieli oraz badań dotyczących opinii nauczycieli różnych przedmiotów na temat edukacji zdalnej. Spośród wielu doniesień naukowych z tego zakresu przywołamy dla przykładu kilka: Czajkowska (2020), Kowalik-Conder, (2017), Morbitzer (2011), Ptaszek et al. (2020), Rybak (2011).

Proces nauczania zdalnego przyniósłby ponadto lepsze wyniki, gdyby pokonano kolejne niedociągnięcia z czasu nauczania tradycyjnego, a mianowicie:

- gdyby praca nad wdrażaniem uczniów do samodzielnej lektury tekstu matematycznego była prowadzona systematycznie,
- gdyby uczniowie byli bardziej systematycznie wdrażani do brania odpowiedzialności za swoją naukę,
- oraz gdyby prowadzono na bieżąco proces systematycznej ewaluacji każdej lekcji, można byłoby kontynuować ten proces podczas nauczania zdalnego z większą skutecznością.

Warto zwrócić też uwagę na pozytywne strony zdalnego nauczania, o czym była mowa powyżej, zarówno z punktu widzenia nauczycieli, jak i uczniów, z których to doświadczeń można i trzeba korzystać w nauczaniu stacjonarnym. Z pewnością nauczyciele wypracowali szereg pomocy dydaktycznych i rozwinęli swoje kompetencje cyfrowe podczas nauczania zdalnego, wypracowali wiele zasobów, z których będą korzystać w dalszej pracy, a uczniowie zmierzli się z samodzielnym pokonywaniem trudności, korzystaniem z różnych źródeł dydaktycznych i zarządzaniem własnym czasem.

Zdajemy sobie sprawę, że przedstawione podsumowanie poszczególnych części badań ani analiza przedstawionych wyników badań nie są całościowe, ani nie dają możliwości uogólnień. Takie jednak założenie przyjęliśmy w niniejszym artykule. Chciałyśmy przedstawić Czytelnikowi fragmentaryczny opis zdalnego nauczania w najtrudniejszym momencie dla polskiej edukacji ostatnich dekad – wprowadzonego nagle nauczania zdalnego. Mamy bowiem nadzieję, że Czytelnik wykorzysta te wyniki do dokonania własnych analiz, porównań i refleksji, które mogą być prowadzone wielowymiarowo.

References

- Babiański, W., Chańko, L., Czarnowska, J., Janocha, G.: 2016, *Matematyka 2. Zakres rozszerzony. Podręcznik dla szkół ponadgimnazjalnych*, Nowa Era, Warszawa, 9–70.

- Czajkowska, M.: 2020, Modern mathematics teaching with the use of computer based tasks — reality or myth?, *Edukacyjna Analiza Transakcyjna* (9), 221–235.
- Hutek, P.: 2020, *Zdalne nauczanie i uczenie się matematyki wśród uczniów szkół średnich w świetle własnych badań empirycznych*, niepublikowana praca magisterska, Uniwersytet Pedagogiczny w Krakowie. Promotor: dr Mirosława Sajka.
- Kowalik-Conder, A.: 2017, Rozwijanie umiejętności uczenia się z zastosowaniem technologii informacyjno-komunikacyjnych w liceum-wyniki badań, w: J. Morbitzer, D. Morańska, E. Musiał (red.), *Człowiek, media, edukacja*, Wyższa Szkoła Biznesu w Dąbrowie Górniczej, Dąbrowa Górnicza, 103–110.
- Krygowska, Z.: 1977, *Zarys Dydaktyki Matematyki*, tom 3, WSiP, Warszawa.
- Morbitzer, J.: 2011, Odpowiedzialność jako kategoria aksjologiczna w świecie współczesnych mediów, w: T. Lewowicki, B. Siemieniecki (red.), *Technologie edukacyjne – tradycja, współczesność, przewidywana przyszłość*, Wydawnictwo Adam Marszałek, Toruń, 47–59.
- Ptaszek, G., Stunża, G. D., Pyżalski, J., Dębski, M., Bigaj, M.: 2020, *Edukacja zdalna: co stało się z uczniami, ich rodzicami i nauczycielami?*, Gdańskie Wydawnictwo Psychologiczne, Gdańsk.
- Rybak, A.: 2011, Tradycyjne i nowoczesne środki w edukacji, w: T. Lewowicki, B. Siemieniecki (red.), *Technologie edukacyjne – tradycja, współczesność, przewidywana przyszłość*, Wydawnictwo Adam Marszałek, Toruń, 117–128.

Zasoby internetowe (w kolejności występowania w artykule)

1. <https://idroo.com/>, data dostępu: 31.08.2020.
2. <https://clickmeeting.com/pl>, data dostępu: 31.08.2020.
3. <https://graspablemath.com/>, data dostępu: 31.08.2020.
4. <https://www.geogebra.org/?lang=pl>, data dostępu: 02.09.2020.
5. <https://e-lernado.pl/>, data dostępu: 31.08.2020.
6. <https://epodreczniki.pl/>, data dostępu: 31.08.2020.
7. <https://www.youtube.com/>, data dostępu: 31.08.2020.
8. <https://www.matemaks.pl/>, data dostępu: 31.08.2020.
9. <https://matematykaszkolna.pl/>, data dostępu: 31.08.2020.
10. <https://www.matmana6.pl/>, data dostępu: 31.08.2020.
11. <https://www.pistacja.tv/>, data dostępu: 31.08.2020.
12. <https://matfiz24.pl/>, data dostępu: 31.08.2020.
13. <http://licz24.pl/>, data dostępu: 31.08.2020.
14. <https://www.medianauka.pl/>, data dostępu: 02.09.2020.

15. https://www.youtube.com/channel/UCsG00TLKmmcxgiKQ66_yYag, data dostępu: 31.08.2020.
16. https://www.youtube.com/watch?v=XYaM_hy9crw&t=2306s, data dostępu: 02.09.2020.
17. <https://www.wolframalpha.com/>, data dostępu: 02.09.2020.
18. <https://www.testportal.pl/>, data dostępu: 02.09.2020.
19. <https://www.youtube.com/watch?v=rJwqPIfdpyI>, data dostępu: 02.09.2020.
20. <https://www.youtube.com/watch?v=9v0yISQhYfo&t=31s>, data dostępu: 02.09.2020.
21. <https://www.youtube.com/watch?v=hHFCm3UUGGQ&feature=youtu.be>, data dostępu: 02.09.2020.
22. <https://www.youtube.com/watch?v=thMVmxzLMhY&feature=youtu.be>, data dostępu: 02.09.2020.
23. https://www.youtube.com/channel/UCEa5qNa9_oCage9HuTgt_yA, data dostępu: 02.09.2020.
24. https://www.youtube.com/channel/UCsG00TLKmmcxgiKQ66_yYag, data dostępu: 02.09.2020.
25. <https://matfiz24.pl/wielomiany/dzielenie-wielomianow>, data dostępu: 02.09.2020.
26. <https://matematykaszkolna.pl/strona/107.html>, data dostępu: 02.09.2020.
27. <https://www.matemaks.pl/dzielenie-wielomianow.html>, data dostępu: 02.09.2020.
28. <https://matematykaszkolna.pl/strona/1687.html>, data dostępu: 02.09.2020.
29. <https://www.youtube.com/watch?v=UBCrydhfTpA>, data dostępu: 02.09.2020.
30. <https://www.youtube.com/watch?v=jPs5XY8daso>, data dostępu: 02.09.2020.
31. <https://www.youtube.com/watch?v=nswc8vwyguM>, data dostępu: 02.09.2020.
32. <https://www.matemaks.pl/rownosc-wielomianow.html>, data dostępu: 02.09.2020.
33. <https://www.matemaks.pl/twierdzenie-b%C3%A9zouta.html>, data dostępu: 02.09.2020.
34. <https://matematykaszkolna.pl/strona/120.html>, data dostępu: 02.09.2020.

35. <https://www.youtube.com/watch?v=eEqJxQ0sZ8U>, data dostępu: 02.09.2020.
36. <https://www.youtube.com/watch?v=o7dnwhiQ-0E>, data dostępu: 02.09.2020.
37. <https://www.youtube.com/watch?v=1820B1YR0TY>, data dostępu: 02.09.2020.
38. <https://matematykaszkolna.pl/strona/121.html>, data dostępu: 02.09.2020.
39. <https://www.youtube.com/watch?v=L5Y34xom1yM>, data dostępu: 02.09.2020.
40. <https://www.youtube.com/watch?v=e6zy8vKDCMY>, data dostępu: 02.09.2020.
41. <https://www.matmana6.pl/wykres-wielomianu>, data dostępu: 02.09.2020.
42. <https://www.matemaks.pl/wykres-wielomianu.html>, data dostępu: 02.09.2020.
43. <https://matematykaszkolna.pl/strona/142.html>, data dostępu: 02.09.2020.
44. <https://www.matemaks.pl/dzielenie-wielomianow.html>, data dostępu: 01.09.2020.
45. <https://www.youtube.com/watch?v=9gmce7HIRAc>, data dostępu: 01.09.2020.
46. <https://www.youtube.com/watch?v=nswc8vwyguM>, data dostępu: 01.09.2020.
47. <https://www.matemaks.pl/metoda-rysowania-wykresu-wielomianu.html>, data dostępu: 01.09.2020.
48. https://pl.wikipedia.org/wiki/Wikipedia:Strona_g%C5%82%C3%B3wna, data dostępu: 19.08.2020.
49. https://pl.wikipedia.org/wiki/Wielomian#Funkcje_wielomianowe, data dostępu: 19.08.2020.

*Zespół Szkół Ogólnokształcących
i Zawodowych im. ks. prof. Józefa Tischnera
w Limanowej
e-mail: paulina.hutec96@gmail.com*

*Instytut Matematyki,
Uniwersytet Pedagogiczny w Krakowie,
e-mail: mirosława.sajka@up.krakow.pl*