FOLIA 387

Annales Universitatis Paedagogicae Cracoviensis

Studia ad Didacticam Mathematicae Pertinentia 15(2023)

ISSN 2080-9751
DOI 10.24917/20809751.15.4

Jan Koroński

Liczba π – perła w koronie Królowej nauk*

Streszczenie. W artykule znajdziemy pewne refleksje nad tym czym jest matematyka, jaka jest jej istota i znaczenie. Wymieniamy kilka podstawowych stałych matematycznych, wśród których najważniejszą wydaje się być liczba π. Dalej podajemy pewne bardziej szczegółowe informacje historyczne o przybliżeniach liczby π i o wybranych wzorach (rozwinięciach w iloczyny i szeregi nieskończone) na liczbę π. Wspominamy również o niewymierności i przestępności liczby π nawiązując do tzw. problemów starożytnych. W dalszym ciągu zwracamy uwagę na znaczenie liczby π w kontekście hipotezy Riemanna i stałej struktury subtelnej, a także kilku innych fundamentalnych stałych fizycznych definiujących stałą struktury subtelnej. Na koniec formułujemy nowe wyrażenie liczby π poprzez podstawowe stałe fizyczne.

Wstęp

Chciałoby się, aby piękno było prawdziwe, a prawda piękna. Niestety w praktyce zwykle tak nie jest. Ale w teorii tak bywa i to często. Przykład takiej zaskakującej sytuacji znajduje się na końcu tego artykułu, gdzie autor wychodząc z określenia tzw. stałej struktury subtelnej (Staruszkiewicz, 2002) (wyrażającej siłę oddziaływań elektromagnetycznych podtrzymujących obecną strukturę Wszechświata) stwierdza, co następuje:

> „…liczba π jest iloczynem stałej struktury subtelnej, stałej Plancka i stałej prędkości światła; podzielonemu przez podwojony kwadrat wartości ładunku elementarnego (elektronu). Jest to piękna nowa formuła fizyczna na liczbę π, niedostrzegana wcześniej, gdyż stałą struktury

---

*2020 Mathematics Subject Classification: *00A05, 00A09, 01A05, 01A99, 00A79, 83F99*

Słowa kluczowe: *Matematyka, historia matematyki, historia nauki, liczba π, fizyka, stała struktury subtelnej, fizyczna (kosmologiczna) reprezentacja liczby π.*

Treść artykułu odpowiada treści wykładu jaki autor wygłosił 14 marca 2019 roku z okazji dnia liczby pi na zaproszenie studentów Wydziału Fizyki, Matematyki i Informatyki Politechniki Krakowskiej.

> subtelnej zwykle definiuje się poprzez tzw. zredukowaną stałą Plancka ($\hbar$, czyli h kreślone), w której ukryta jest podwojona liczba π. Stąd po bardzo prostych przekształceniach algebraicznych uzyskujemy jawne wyrażenie liczby π poprzez podstawowe stałe fizyczne…"

Obecnie używany symbol liczby π wprowadził pierwszy w roku 1706 W. Jones w dziele *Synopsis Palmiorum Matheseos* wydanym w Londynie. Tam też Jones zdefiniował liczbę π jako iloraz długości obwodu koła do długości średnicy tego koła. Euler wcześniej używał oznaczenia p na π, ale w roku 1737 użył po raz pierwszy oznaczenia Jonesa (od tego czasu symbolu tego matematycy zaczęli używać powszechnie).

1. Co to jest matematyka? Jak ją dzisiaj rozumieć?

Rok 2019 uchwałą Senatu Rzeczypospolitej Polski został ogłoszony rokiem matematyki. Ponadto 100 lat temu (w 1919 r.) w Krakowie powstało Polskie Towarzystwo Matematyczne. W takiej sytuacji zapytajmy: co to jest matematyka? Jak ją dzisiaj rozumieć?

Współcześnie matematykę można określić jako zbiór definicji, twierdzeń, dowodów twierdzeń (przeprowadzanych zgodnie z regułami logiki matematycznej) i wzajemnych relacji, jakie zachodzą pomiędzy wyżej wyszczególnionymi kategoriami matematycznymi. Jest rzeczą od dawna wiadomą, że nauki fizyczne i techniczne korzystają z metod matematyki w istotny sposób.

Matematyka a inne dyscypliny nauki

Z czasem przekonujemy się, że rola matematyki nieustannie wzrasta i swymi ideami przenika inne jeszcze dyscypliny nauki. Obecnie jesteśmy świadkami gwałtownego procesu przenikania metod matematycznych do nauk biologicznych, medycznych i nauk społeczno-ekonomicznych. Daje się również zauważyć stosowanie matematyki w naukach humanistycznych.

Jaka matematyka była dawniej?

Niewiele ponad trzysta pięćdziesiąt lat temu geometria, uprawiana jeszcze w starożytności, stanowiła główny trzon matematyki. Geometria euklidesowa, modyfikowana tylko w niewielkim stopniu, dominowała przez dwadzieścia wieków. Z czasem jej surowy, aksjomatyczny i ściśle dedukcyjny styl rozumowania został wyparty przez rozumowania indukcyjne i niekiedy intuicyjne, a pojęcia czysto geometryczne zostały zastąpione przez liczbę i operacje algebraiczne. W ten sposób powstały geometria analityczna, analiza matematyczna i mechanika.

Matematyka klasyczna

Matematyka klasyczna, która powstawała w XVII w., zachowała swe znaczenie do dziś. Fundamentem matematyki klasycznej jest pojęcie funkcji i granicy. W XIX wieku dokonano uściślenia wielu pojęć matematyki klasycznej. W dwóch ostatnich wiekach nastąpił gwałtowny rozwój matematyki, co zaowocowało zjawiskiem specjalizacji i – niestety – izolacji, szczególnie ze środowiskiem stosującym metody matematyczne w praktyce. Wzajemne zrozumienie nawet pomiędzy przedstawicielami różnych dziedzin matematyki zostało utrudnione. Zaobserwowano lawinowy wzrost liczby czynnych naukowo matematyków, a wraz z tym ogromny wzrost liczby publikacji, zebrań, seminariów naukowych, konferencji itp. W takiej sytuacji należy zapytać o znaczenie matematyki. Wymaga to wniknięcia w jej istotę.

Znaczenie – cel matematyki

Jak się wydaje, celem matematyki jest postępująca abstrakcja, logicznie ścisła dedukcja oparta na układach aksjomatycznych i coraz to szersze uogólnienia. Jednakże matematyka nie ma monopolu na abstrakcję. Przecież pojęcia fizyki, takie jak np. masa, prędkość, siła, napięcie i natężenie, są to abstrakcyjne idealizacje rzeczywistości fizycznej. Pojęcia matematyczne, takie jak np. punkt, przestrzeń, liczba czy funkcja, są tylko nieco bardziej abstrakcyjne.

Istota matematyki

Istotą matematyki jest badanie i porządkowanie treści matematycznych oraz uwidacznianie struktury nowych teorii matematycznych. Nowe treści matematyczne wchodzą do matematyki poprzez nowe definicje. Twierdzenia przetwarzają treści zawarte w definicjach i ewentualnie porządkują je. Każda teoria matematyczna rozpoczyna się od konkretnej i szczególnej podstawy, a następnie poprzez abstrahowanie staje się abstrakcyjna.

Sens i praktyczne znaczenie matematyki

W matematyce właściwy proces rozwoju, od indywidualnej i konkretnej treści, poprzez abstrakcję, z powrotem do tego co konkretne i szczególne, nadaje treściom matematycznym sens i praktyczne znaczenie. Aksjomatyzacja poprzez oderwanie się od konkretnej, szczegółowej i jednostkowej sytuacji ukazuje istotę struktury rozważanych obiektów i pozwala dokonywać porównań z innymi obiektami, gdyż ukazanie struktury ujawnia cały ładunek informacji o obiektach, które w połączeniu z odpowiednimi aksjomatami tworzą daną strukturę matematyczną.

Matematyka teoretyczna, a stosowana

Od jakiegoś czasu utrzymuje się podział na matematykę „czystą" i „stosowaną". W odróżnieniu od matematyki czystej, gdzie można dowolnie manewrować założeniami, tak aby otrzymać oczekiwany rezultat, w badaniach związanych z zastosowaniami matematyki rozważanego problemu nie można swobodnie modyfikować lub pomijać. Należy uzyskać wiarygodne rozwiązanie. Jednakże niejednokrotnie zanim do tego dojdzie, bywa tak, że trzeba zastosować wyrafinowany abstrakcyjnie aparat matematyczny z czystej matematyki (pozornie niestosowalny w praktyce), który ukaże jak rozważany problem postawić (przeformułować), aby uzyskać model matematyczny odpowiadający opisywanej rzeczywistości lub by otrzymany model był lepszy w kontekście trudności związanych z otrzymaniem rozwiązania rozważanego problemu.

Definiowanie nowych pojęć matematycznych w celu rozwiązania badanych problemów

Niekiedy nawet należy zdefiniować nowe obiekty matematyczne, aby osiągnąć wyżej sformułowany cel. Przykładem takiej sytuacji jest rachunek krakowianowy Tadeusza Banachiewicza, po raz pierwszy sformułowany w 1922 r., który pozwolił jego twórcy rozwiązać wiele trudnych problemów. (Po raz pierwszy termin „krakowjan" pojawił się w publikacji Banachiewicza z 1924 roku). Większość z wybitnych osiągnięć tego wybitnego polskiego uczonego stało się możliwe dzięki wynalezionemu przez niego rachunkowi krakowianowemu (pewnej odmianie rachunku macierzowego). Ze względu na rozwój komputerowych technik obliczeniowych rachunek krakowianowy z czasem stracił swoje praktyczne znaczenie i już prawie nikt nie używa krakowianów do obliczeń.

Przykłady sukcesów Banachiewicza uzyskanych poprzez krakowiany

Algorytm Banachiewicza metody najmniejszych kwadratów w astronomii wyrugował algorytm Gaussa. Algorytm Banachiewicza nie wymaga rachunku różniczkowego, przez co staje się szerzej stosowalny.

Wyprowadzony przez Banachiewicza ogólny wzór poligonometrii sferycznej, bezskutecznie poszukiwany przez matematyków około sto lat, zastosowany do trygonometrii sferycznej uwidocznił nieznane wcześniej, a istotne osobliwości jej wzorów, które uszły uwadze matematyków tej miary co Gauss, Euler, Monge, Delambre i in. Wzory poligonometrii sferycznej pozwalają rozwiązywać wielokąty sferyczne bezpośrednio bez potrzeby rozkładania ich na poszczególne trójkąty sferyczne.

2. O najsłynniejszych stałych matematyki

Zero, jednostka rzeczywista i jednostka urojona, liczba π oraz podstawa logarytmu naturalnego, czyli liczba e

Pierwsze pięć najsławniejszych stałych matematyki to: 0 (zero), 1 (jeden) oraz i czyli, tzw. jednostka urojona. Kolejnymi są liczba π oraz podstawa logarytmów naturalnych e, szóstą stała Eulera-Mascheroniego γ, a siódmą stała Apéry'ego, czyli $\zeta(3)$ (wartość bardzo ważnej funkcji specjalnej - funkcji dzeta Riemanna dla zmiennej równej 3), Pozostałe dalsze stałe to: Catalana, Landaua, Chińczyna, Feigenbauma i in. (Tak naprawdę każdy, jak się postara, może mieć jakąś swoją stałą). Wymienione stałe cechują się tym, że są piękne i prawdziwe (oraz często użyteczne).

Piękno i prawda w matematyce

Przykładem prawdziwego piękna w matematyce może być fakt, że wymienione pierwsze pięć najsłynniejszych stałych matematycznych wiąże następująca zależność (równość):

$$e^{i\pi} + 1 = 0,$$

z których liczba π jest niewątpliwie jedną z najpiękniejszych pereł matematyki (oraz bardzo użyteczną stałą w prawie każdej dziedzinie matematyki). Liczba π występuje także w wielu innych dyscyplinach nauki (np. w fizyce) i techniki. Dalej przedstawimy pewien wybór istotnych informacji o liczbie π. Literatura na temat tej liczby jest ogromna. Dla przykładu wymieńmy np. książkę (Posamentier, Lehmann, 2004).

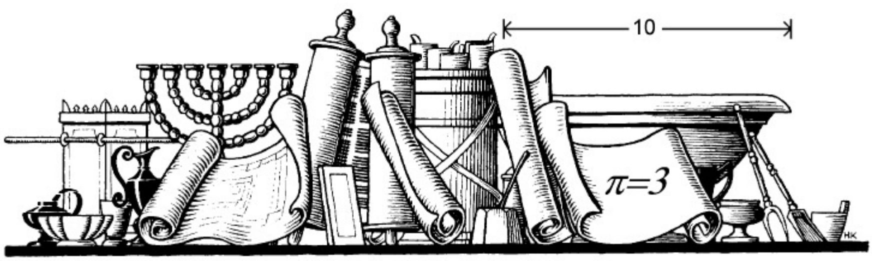
3. O przybliżeniach liczby π

Przybliżenia liczby π przed naszą erą

Około 1000 lat p.n.e. Przedmiotem poniższego fragmentu *I Księgi królewskiej* Biblii jest jedno z najstarszych znanych oszacowań dla (perły w koronie Królowej nauk) jednej z najsłynniejszej stałej matematycznej – liczby π.

> [Salomon] Sporządził też kadź odlewną wyobrażającą morze, okrągłą, długości dziesięciu łokci od krawędzi do krawędzi; [...] obwód zaś jej wynosił trzydzieści łokci.
>
> *(1 Krl. 7, 23; por. też 2 Krn. 4, 2-5)*

Jest to charakterystyka tzw. „morza miedzianego" – wielkiego zbiornika wody na kapłańskim dziedzińcu świątyni Salomona w Jerozolimie.



Rysunek 1: Z prawej strony tzw. morze miedziane a z lewej inne przedmioty kultu religijnego.

Przed mądrym królem Salomonem, który podobno „z pustego nie potrafił nalać",

ok. roku 2000 p.n.e., Babilończycy, wartość liczby π przybliżali ułamkiem 3 i 1/8 ≈3,125,

a ok. XVI w p.n.e. Egipcjanie (256/81 ≈3,1604, czyli $(16/9)^2$ ≈3,1604) i jeszcze **ok. XII wieku p.n.e**. Chińczycy szacowali liczbę π podobnie jak Salomon także przez 3.

250 lat p.n.e. Archimedes (287-212 p.n.e.), posługując się swoją metodą wielokątów wpisywanych oraz opisywanych na okręgu uzyskał wynikające z tej metody przybliżenie liczby π: 3 i 10/71 $< \pi <$ 3 i 1/7, czyli: $3,1408 < \pi < 3,1428$ oraz (22/7).

Przybliżenia liczby π po narodzeniu Chrystusa do XVIII wieku

Urodzony 46 n.e. Ārybhata $(\frac{355}{113}) = 3,141592...$ oraz $(\frac{62832}{20000}) = 3,14116...$

139 n.e. Chang Heng $\sqrt{10} = 3,162277\ldots$

170 n.e. Klaudiusz Plomeusz 377/120 ≈3,1416...

III wiek n.e. Wang Fan 142/45 ≈3,155...

III wiek n.e. liu Huej 157/50 ≈3,14

V wiek n.e. Tse Chung-chin $355/113 < \pi < 22/7$

1596 r. n.e. Ludolf van Ceulen wyznaczył π z dokładnością do 36 miejsc po przecinku

1685 r. n.e. Adam Adamandy Kochański $\pi \approx (\frac{1}{3})\sqrt{6(20-3\sqrt{3})} = 3,1388147\ldots$

1685 r. n.e. John Wallis: rozwinięcie π w ułamek łańcuchowy, a także podobnie np. W. Brouncker 1600 i L. Euler 1755.

1713 r. n.e. Ching-yun $\pi \approx 3,141592653589793238$

4. Niewymierności i przestępność liczby π, a problemy starożytnych

Niewymierność i przestępność π

W roku 1700, Lambert z Legendre'm pokazali, że π jest niewymierna – nie jest więc ilorazem jakichkolwiek dwu liczb całkowitych, zaś w sekwencji kolejnych cyfr jej rozwinięcia nie ma żadnych prawidłowości (zatem w tym sensie jest tzw. liczbą normalną).

Potem badając własności liczby π, matematycy łudzili się jeszcze, że może ta liczba będzie mogła być przynajmniej rozwiązaniem jakiegoś równania algebraicznego z całkowitymi współczynnikami.

Jednak w roku 1882 Lindemann udowodnił, że liczba π jest tzw. liczbą przestępną, czyli że nie jest rozwiązaniem żadnego równania algebraicznego z całkowitymi współczynnikami. W ten sposób dowiódł też bezsensowności wszelkich prób realizacji marzeń starożytnych Greków – i wielu późniejszych matematyków chcących rozwiązać problem kwadratury koła.

(**Kwadratura koła** – problem polegający na skonstruowaniu kwadratu, którego pole równe jest polu danego koła przy użyciu wyłącznie cyrkla i linijki bez podziałki. Jest to jeden z trzech sformułowanych przez szkołę pitagorejską wielkich problemów starożytnej matematyki greckiej obok problemów trysekcji kąta i podwojenia sześcianu.

Trysekcja kata - polega na podziale kąta na trzy równe części jedynie przy użyciu cyrkla i linijki. W roku 1837 Pierre Wantzel udowodnił, że konstrukcja taka w ogólnym przypadku jest niewykonalna.

Podwojenie sześcianu - jest to problem polegający na zbudowaniu sześcianu o objętości dwa razy większej niż dany.)

5. O wybranych wzorach (rozwinięciach w iloczyny i szeregi nieskończone) na liczbę π

1593 François Viète (1540–1603)

$$\frac{2}{\pi} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}}{2} \cdot \ldots$$

1655 John Wallis (1616–1703) (Wprowadził symbol nieskończoności: ∞)

$$\frac{\pi}{2} = \prod_{n=1}^{\infty} \frac{2n}{2n-1} \cdot \frac{2n}{2n+1} = \frac{2}{1} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{6}{5} \cdot \frac{6}{7} \cdot \frac{8}{7} \cdot \frac{8}{9} \cdot \frac{10}{9} \cdot \frac{10}{11} \cdot \frac{12}{11} \cdots$$

Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716)

$$\frac{\pi}{4} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1} = \frac{1}{1} - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{11} + \ldots$$

Isaac Newton (1642–1727)

$$\frac{\pi}{2}=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{n!}{(2n+1)!!}=1+\frac{1}{3}\left(1+\frac{2}{5}\left(1+\frac{3}{7}\left(1+\frac{4}{9}\left(1+\frac{5}{11}(1+...\right)\right)\right)\right)$$

Szybko zbieżne formuły przybliżające liczbę π
John Machin (1680–1751)

$$\frac{\pi}{4}=4\mathrm{arctg}\frac{1}{5}-\mathrm{arctg}\frac{1}{239}$$

1730 S. Kingenstiern

$$\frac{\pi}{4}=8\mathrm{arctg}\frac{1}{10}-\mathrm{arctg}\frac{1}{239}-4\mathrm{arctg}\frac{1}{515}$$

1896 F. C. W. Störmer

$$\frac{\pi}{4}=44\mathrm{arctg}\frac{1}{57}+7\mathrm{arctg}\frac{1}{239}-12\mathrm{arctg}\frac{1}{682}+24\mathrm{arctg}\frac{1}{12943}$$

1982 K. Takano

$$\frac{\pi}{4}=12\mathrm{arctg}\frac{1}{49}+32\mathrm{arctg}\frac{1}{57}-5\mathrm{arctg}\frac{1}{239}+12\mathrm{arctg}\frac{1}{110443}$$

Istnieje wiele tego typu formuł jak wyżej.
(Lata dwudzieste XX wieku) Rozwinięcie Ramanujana

$$\frac{1}{\pi}=\frac{2\sqrt{2}}{9801}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(4n)!\,(1103+26390n)}{n!^4 396^{4n}}$$

W tym wzorze dodanie każdego kolejnego wyrazu sumy polepsza dokładność o 100 milionów razy, czyli z każdym składnikiem szeregu otrzymujemy dokładność o dalszych 8 cyfr znaczących (bo sto milionów, to jest dziesięć do potęgi ósmej).

(Rok 1989) Bracia David i Gregory Chudnovsky z Columbia University podali szybko zbieżny związek, z którego m.in. korzysta pakiet Mathematica^{TM} Stevena Wolframa. Oto ten związek (ścisły związek):

$$\frac{1}{\pi}=12\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n\,(6n)!\,(13591409+54510134n)}{(3n!)n!^3 640320^{3n+3/2}}$$

Już pierwszy wyraz tego szeregu daje 13 cyfr znaczących π, a dodanie każdego kolejnego wyrazu polepsza dokładność o dalszych kilkanaście cyfr (około 14 cyfr).

Rok 1996 David H. Bailey, Jonathan M. Borwein, Peter B. Borwein and Simon Plouffe: *The Quest for Pi* (nie opublikowany raport CECM, Simon Frazier University, British Columbia, 25 June 1996; Opublikowano w **1997**) znaleźli następujący wzór na liczbę π

$$\pi=\sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{4}{8n+1}-\frac{2}{8n+4}-\frac{1}{8n+5}-\frac{1}{8n+6}\right)\left(\frac{1}{16}\right)^n$$

Jest to rozwinięcie ścisłe i (w miarę) szybko zbieżne w szesnastkowym układzie pozycyjnym (każdy składnik sumy jest kolejną cyfrą szesnastkowego rozwinięcia liczby π *nie zmieniając przy tym cyfr poprzednich!*

Całki oznaczone, a liczba π

Występują także formuły przybliżające liczbę π wynikające z oszacowań pewnych całek oznaczonych, których tutaj nie będziemy przytaczać.

6. Hipoteza Riemanna, stała struktury subtelnej a liczba π

Hipoteza Riemanna – sformułowana w 1859 roku hipoteza, dotycząca funkcji dzeta Riemanna, jest pomimo wielu prób jednym z największych dotąd nierozwiązanych problemów matematycznych. Treść tej hipotezy można wyrazić następująco: wszystkie tzw. nietrywialne zera (nierzeczywiste) tej funkcji mają część rzeczywistą równą jedna druga (Â″), tzn., że leżą na płaszczyźnie zespolonej wzdłuż prostej x=Â″. Problem ten ma duże znaczenie nie tylko dla wielu dziedzin matematyki – w szczególności dla teorii liczb, statystyki, ale także np. fizyki. Jest jednym z tzw. problemów milenijnych, ogłoszonych przez Instytut Matematyczny Claya w roku 2000. Clay Mathematics Institute (CMI) ufundował nagrodę w wartości miliona dolarów za rozwiązanie (dowód lub obalenie) tej hipotezy. Hipoteza Riemanna jest ósmym problemem z listy problemów Hilberta ogłoszonej w 1900 roku.

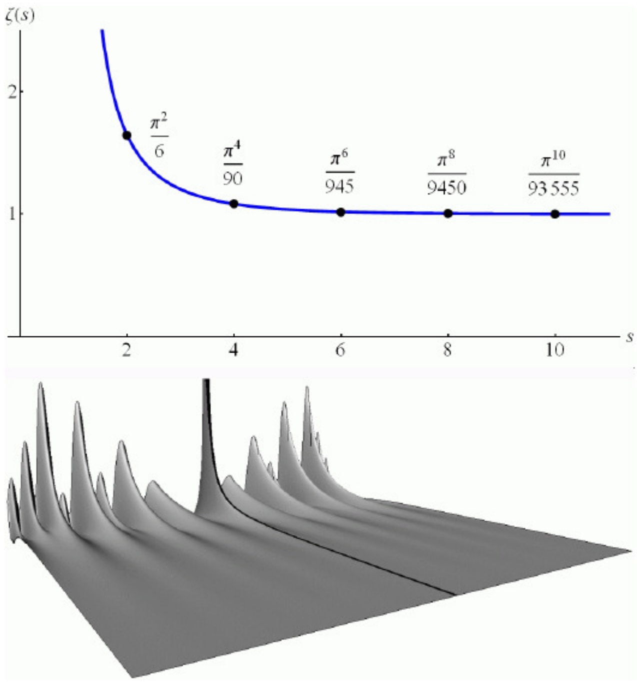
We wrześniu 2018 roku 89 letni matematyk brytyjski Sir Michael Atiyah oświadczył, że znalazł dowód hipotezy Riemanna mimochodem przy okazji próby wyznaczenia dokładnej wartości stałej struktury subtelnej (wyrażającej siłę oddziaływań elektromagnetycznych). Jednak po kilku miesiącach zmarł. Okazało się, że odtwarzany z wykładu dowód zawiera lukę. Zatem hipoteza Riemanna nadal jest nierozstrzygnięta. Prób rozwiązania tej hipotezy było już wiele. Warto dodać, że zasługą młodego Eulera jest wyznaczenie ścisłych formuł na wartości $\zeta(2n)$, w której występują co jest zaskakujące, potęgi liczby π. Rysunek 2 dobrze to ilustruje. W 1977 K. Maślanka podał nową globalnie zbieżną reprezentację funkcji ζ za pomocą interpolacji z węzłami w punktach 2,4,6, $\ldots$ tj., tymi, w których – jak pokazał Euler wartości ζ są znane ściśle. W reprezentacji tej występują pewne współczynniki, które wyrażają się poprzez potęgi π.

Niżej zamieszczamy dwa rysunki dotyczące funkcji dzeta Riemanna z pracy: Krzysztof D. Maślanka, *On a certain new class of expansions for the Riemann zeta function*, Current Research in Mathematical and Computer Sciences II Publisher UWM, Olsztyn 2018, pp. 141–155.

Czarna linia na dolnym wykresie odpowiada wykresowi z górnej części rysunku, gdzie uwidoczniona jest rola liczby π. (Rysunek pochodzi z powyżej cytowanej pracy K. Maślanki ze str. 144 (Maślanka, 2018)).

Stała struktury subtelnej, stała Plancka, prędkość światła i wartość ładunku elementarnego a liczba π

Stała struktury subtelnej α opisuje oddziaływania elektromagnetyczne i wyraża się przy pomocy wartości ładunku elementarnego e, stałej Plancka h oraz stałej prędkości światła c. Dokonując prostych przekształceń możemy łatwo wyrazić liczbę π poprzez wymienione wyżej stałe fizyczne. A mianowicie *liczba π jest*



Rysunek 2: Wizualizacja wartości funkcji dzeta Riemanna w dziedzinie liczb rzeczywistych dodatnich (górna część rysunku) oraz w półpłaszczyźnie zespolonej (dolna część rysunku).

iloczynem stałej struktury subtelnej, stałej Plancka i stałej prędkości światła; podzielonemu przez podwojony kwadrat wartości ładunku elementarnego (elektronu). Jest to piękna nowa formuła fizyczna na liczbę π, niedostrzegana wcześniej, gdyż stałą struktury subtelnej zwykle definiuje się poprzez tzw. zredukowaną stałą Plancka ($\hbar$, czyli h kreślone), w której ukryta jest podwojona liczba π. Stąd po bardzo prostych przekształceniach algebraicznych równości definiującej stałą struktury subtelnej uzyskujemy jawne wyrażenie liczby π poprzez podstawowe stałe fizyczne, tak, jak to pokazano poniżej w wyniku bardzo prostego rozumowania.

$$\alpha = 2\pi \frac{e^2}{hc} \quad \Rightarrow \quad \pi = \frac{\alpha hc}{2e^2},$$

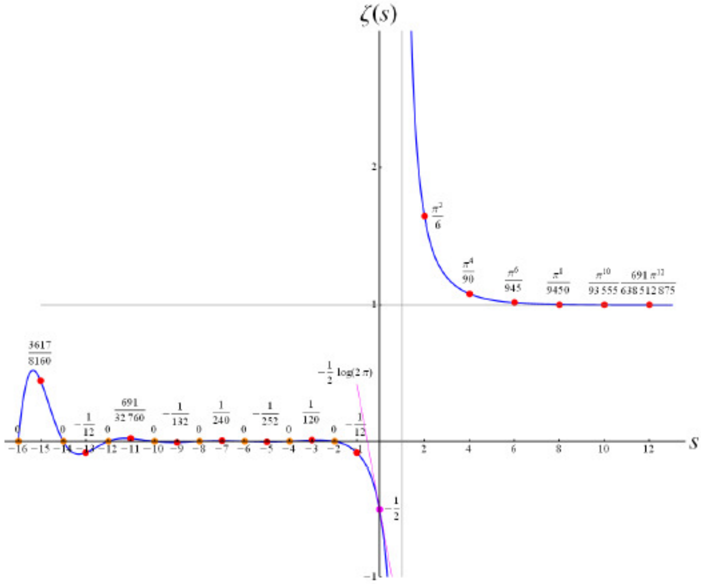
gdzie

$$\alpha \approx \frac{1}{137}, \ \alpha^{-1} \approx \ 137,035999679(94),$$

$$h \approx 6,626070040 \times 10^{-34} [J \cdot s],$$

$$c = 299792458 \ [m \cdot s^{-1}],$$

$$e \approx 1,602176487(40) \cdot 10^{-19} [C].$$



Rysunek 3: Wizualizacja wartości funkcji dzeta Riemanna (z uwidocznioną rolą liczby π) w dziedzinie liczb rzeczywistych z widocznym biegunem w jedynce. (Rysunek pochodzi z powyżej cytowanej pracy Maślanki ze str. 145)

W skali kosmologicznej znane nam stałe fizyczne mogą nieco zmieniać się wraz z ewoluującym Wszechświatem. Stała struktury subtelnej nie może zanadto się zmienić, gdyż jej wartość odpowiada za stabilność obecnej struktury Wszechświata (gdyby jej wartość zmieniła się o kilka procent, to Wszechświat w obecnej postaci przestałby istnieć). Z powyższej „kosmologicznej reprezentacji liczby π” wynika, że podstawowe stałe fizyczne w skali kosmologicznej mogą się tak zmieniać, aby iloczyn stałej struktury subtelnej, stałej Plancka i stałej prędkości światła podzielony przez podwojony kwadrat wartości ładunku elementarnego był stały i był równy liczbie π. Zatem liczba π zdaje się być fundamentalną stałą gwarantującą obecną geometrię (stabilną strukturę) Wszechświata. Można więc wyrazić opinię, że liczba π jest nie tylko podstawową stałą matematyki (perłą w koronie Królowej nauk), ale zdaje się odgrywać fundamentalną rolę wśród stałych fizyki (kosmologii) gwarantującą stabilność strukturalną i geometryczną istniejącego Wszechświata w obecnej formie.

Literatura

Maślanka, K.D.: 1997 *The Beauty of Nothingness: Essay on the Zeta Function of Riemann,* Acta Cosmologica XXIII-I, 13–17.

Maślanka, K. D.: 2018 *On a certain new class of expansions for the Riemann zeta function*, Current Research in Mathematical and Computer Sciences II Publisher UWM, Olsztyn , 141–155.

Posamentier, A.S., Lehmann, I.: 2004, Pi: a biography of the world's most mysterious number, Prometheus Books, New York 2004.

Staruszkiewicz, A.: 2002, *Matematyka stałej struktury subtelnej*, Foton 78, Jesień, 15–18.

Koroński, J.: 2023, *Istota i znaczenie krakowianów Tadeusza Banachiewicza (The essence and meaning of Tadeusz Banachiewicz's Cracovians)*, Annales Astronomiae Novae, T. 4, (Red. B. Wszołek i A Kuźmicz), Stowarzyszenie Astronomia Nova, Rzepiennik Biskupi, 199–214.

Jan Koroński
Katedra Matematyki Stosowanej
Wydział Informatyki i Telekomunikacji
Politechnika Krakowska
e-mail: jan.koronski@pk.edu.pl